О. Д. Хвольсонъ.

ПРИНЦИПЪ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.

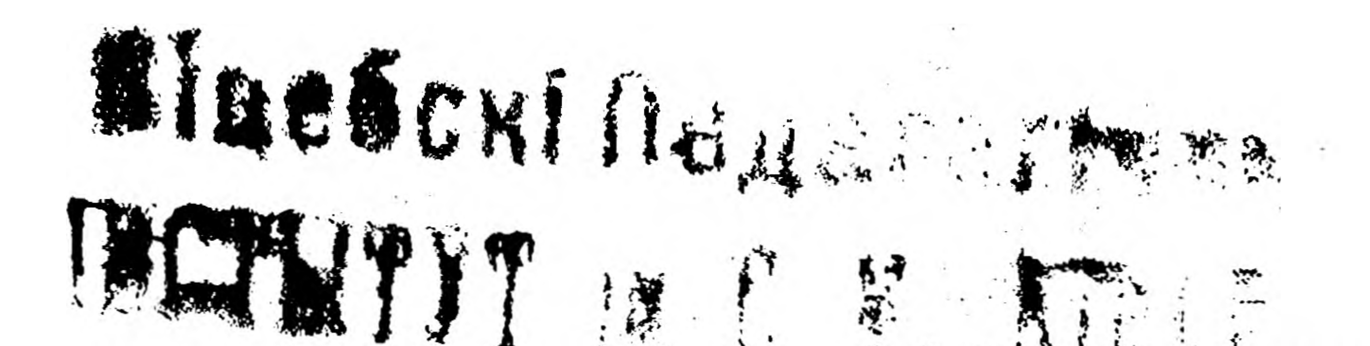
Отд. отт. изъ Ж. Р. Ф.-Х. О. Физич. Отд. томъ XLIV, вып. 9 1912 года.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія В. Ѳ. Киршбаума, д. М-ва Финансовъ, на Дворц. площ.
1912.

Принципъ относительности [1]).

§ 1. **Введеніе.** *Принципъ относительности въ механикѣ Ньютона.* То, что въ настоящее время называется принципомъ относительности (иногда говорятъ «релятивности»), представляетъ фундаментъ новаго ученія, прежде всего о пространствѣ и времени, а затѣмъ и о всѣхъ другихъ физическихъ величинахъ. По глубинѣ основной концепціи, по той радикальности, съ которою это новое ученіе, впервые формулированное и развитое Einstein'омъ въ 1905 г., переворачиваетъ вверхъ дномъ всѣ наши основныя представленія, разрушаетъ почти все, чѣмъ до сихъ поръ жила и развивалась физика, мы не можемъ найти аналога въ исторіи многочисленныхъ наукъ объ окружающихъ насъ и наблюдаемыхъ нами явленіяхъ. Оно воздвигаетъ новое міровозрѣніе, сугубо и въ самомъ корнѣ отличающееся отъ существовавшаго ранѣе, уничтожая какъ разъ тѣ его черты, которыя, какъ аксіомы, какъ истины самоочевидныя, даже не высказывались, не формулировались, но всѣми, какъ нѣчто несомнѣнное, принимались почти безсознательно. Переворотъ, вызванный замѣною геоцентрическаго міровозрѣнія геліоцентрическимъ, представляется ничтожнымъ сравнительно съ тѣмъ, который придется пережить человѣчеству, если оно приметъ принципъ относительности, свыкнется съ нимъ и сдѣлаетъ его краеугольнымъ камнемъ своего міровозрѣнія. Въ теченіе какихъ нибудь семи лѣтъ, новое ученіе разрослось въ обширное, и съ формальной стороны замѣчательно стройное научное зданіе; ему посвящена огромная,

[1]) Эта статья, представляющая собою пятую главу второй половины IV-го тома «Курса физики», съ любезнаго разрѣшенія издателя, К. Л. Риккера, предоставлена авторомъ для напечатанія въ нашемъ журналѣ. *Ред.*



ежедневно разростающаяся литература; область, которую оно обхватываетъ, непрерывно расширяется, и нѣтъ главы физики, въ которой не чувствовалось бы его вліяніе, разрушающее всѣ традиціонно укоренившіяся понятія, и заставляющее произвести полнѣйшую переоцѣнку всѣхъ цѣнностей, которыми пользовалась физика и которыя составляли плодъ вѣковой работы свѣтилъ науки.

Въ сочиненіи, посвященномъ всей физикѣ, мы должны ограничиваться изложеніемъ лишь самыхъ основныхъ чертъ новаго ученія.

Термины «относительный» и «абсолютный» употребляются, какъ въ обыденной рѣчи, такъ и въ наукѣ. Но въ послѣдней они имѣютъ, иногда, чисто условное значеніе, какъ это видно, напр., изъ термина «абсолютныя единицы». Мы говоримъ объ абсолютномъ разстояніи двухъ точекъ другъ отъ друга, и объ относительномъ разстояніи двухъ точекъ отъ нѣкоторой третьей. И здѣсь отличіе чисто условное, ибо «абсолютное» разстояніе двухъ точекъ другъ отъ друга, численно выраженное, есть отношеніе этого разстоянія къ единицѣ длины.

Насъ здѣсь интересуетъ прежде всего вопросъ объ абсолютномъ и относительномъ движеніи, и къ нему мы обращаемся.

Назовемъ «системою S» такую совокупность физическихъ тѣлъ и связанныхъ съ ними геометрическихъ фигуръ, которую можно себѣ представить движущеюся, какъ нѣчто цѣлое. Понятія о прямой линіи и о координатныхъ осяхъ въ системѣ S мы считаемъ данными. Другую систему обозначимъ черезъ S'; допускаемъ, что системы S и S', или, по крайней мѣрѣ, находящіяся въ нихъ координатныя оси, могутъ, въ данный моментъ, геометрически совпадать, хотя отнесенныя къ этимъ системамъ физическія тѣла, понятно, должны занимать различныя мѣста въ пространствѣ. Относительнымъ движеніемъ двухъ системъ S и S' мы называемъ то, которое представляется наблюдателю, неизмѣнно связанному съ одною изъ этихъ системъ. Мы, въ дальнѣйшемъ, будемъ имѣть дѣло почти исключительно только съ прямолинейнымъ и равномѣрнымъ относительнымъ движеніемъ. Ясно, что если v есть скорость такого движенія системы S' относительно системы S, т. е. наблюдаемой изъ точекъ этой послѣдней системы, то движеніе системы S относительно S' происходитъ со скоростью $-v$.

Обращаемся къ фундаментальному вопросу: можно ли ввести въ науку понятіе объ абсолютномъ движеніи? имѣетъ ли вообще смыслъ говорить о таковомъ? или, даже, существуетъ ли такое движеніе? Ясно, что этотъ вопросъ тождественъ съ вопросомъ объ абсолютномъ покоѣ. Если таковой существуетъ и если мы вообразимъ систему S_0 съ закрѣпленными въ ней координатными осями, находящуюся въ состояніи абсолютнаго покоя, то движеніе всякой системы S' относительно S_0 и окажется тѣмъ, что мы въ правѣ будемъ назвать абсолютнымъ движеніемъ системы S'. Но какъ построить, откуда взять систему S_0? Ясно, что ее нельзя себѣ представить связанною съ землею, или съ солнцемъ, или съ центромъ инерціи какой бы то ни было совокупности звѣздъ. Если бы мы знали, что число всѣхъ тѣлъ во вселенной конечное, и если бы мы могли быть увѣрены, что совокупность всѣхъ этихъ тѣлъ не обладаетъ общимъ движеніемъ въ міровомъ пространствѣ, то «центръ инерціи міра» представлялъ бы неподвижную точку, которая могла бы служить началомъ координатной системы и основой для построенія системы S_0. Этотъ путь, понятно, закрытъ; но существуетъ другой. Вопросъ объ абсолютномъ покоѣ тѣсно связанъ съ вопросомъ о существованіи эфира. Если существуетъ эфиръ, какъ субстанція, заполняющая міровое пространство, и если мы имѣемъ право считать его неподвижнымъ, по крайней мѣрѣ внѣ матеріи, то покой относительно эфира и будетъ покоемъ абсолютнымъ, а всякое движеніе, отнесенное къ координатнымъ осямъ, неподвижнымъ въ эфирѣ, и представитъ движеніе абсолютное. Однако, мы пока оставимъ вопросъ объ эфирѣ, и обратимся къ другому. Оказывается, что наличность нѣкоторыхъ опредѣленныхъ свойствъ движенія можетъ имѣть характеръ чего то абсолютнаго.

Положимъ, что наблюдатель A находится въ замкнутой системѣ S и что онъ внутри этой системы можетъ производить всякаго рода наблюденія, но что все, лежащее внѣ S, для него скрыто. Спрашивается: что онъ можетъ узнать изъ своихъ наблюденій о движеніи системы S?

Оказывается, что наблюдатель A можетъ замѣтить всякое ускореніе движенія системы S, какъ тангенціальное, такъ и нормальное, а слѣд. въ частномъ

случаѣ и всякое ея вращеніе. Не трудно придумать множество приборовъ, которые обнаруживаютъ всякое ускореніе системы; достаточно указать, что если въ системѣ S дѣйствуетъ на жидкость равномѣрное силовое поле, то поверхность жидкости дѣлается поверхностью параболоида вращенія, когда система S вращается. Итакъ, существуетъ абсолютное вращеніе, какъ существуютъ абсолютная криволинейность траекторіи и абсолютное ускореніе при прямолинейномъ движеніи. Вотъ почему насъ интересуетъ только вопросъ о существованіи абсолютнаго равномѣрнаго и прямолинейнаго движенія и о возможности опредѣленія его скорости, которую обозначимъ черезъ v, и только такое движеніе мы будемъ разсматривать.

Если наблюдатель A, связанный съ S, замѣчаетъ, что нѣкоторое тѣло M движется равномѣрно и прямолинейно со скоростью v, то это очевидно не даетъ ему никакого указанія относительно его собственнаго движенія, ибо относительное движеніе v можетъ быть результатомъ безконечно разнообразныхъ, по величинѣ и по направленію, «абсолютныхъ» движеній системы S и тѣла M. Мы имѣемъ здѣсь частный случай гораздо болѣе общаго положенія, извѣстнаго подъ названіемъ принципа относительности механики, подразумѣвая подъ послѣдней механику, созданную Ньютономъ. Оно гласитъ:

Всѣ механическіе процессы совершаются въ равномѣрно и прямолинейно движущейся системѣ S совершенно такъ, какъ въ системѣ покоющейся.

Здѣсь подъ «механическими процессами» подразумѣваются всѣ вообще физическія явленія въ тѣлахъ, связанныхъ съ системою S, причемъ мы, однако, пока исключаемъ явленія лучистой энергіи. Изучая механическія явленія, наблюдатель A никогда не найдетъ въ нихъ указанія на существованіе, а тѣмъ менѣе на величину скорости v. Этотъ принципъ вытекаетъ изъ вида тѣхъ основныхъ формулъ Ньютоновской динамики, которыя опредѣляютъ величину ускоренія тѣла, вызваннаго дѣйствіемъ на него нѣкоторой силы. Мы пишемъ эти уравненія въ видѣ

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X,\quad m\frac{d^2y}{dt^2}=Y,\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=Z\,.\;.\;.\;.\;.\;.\quad (1)$$

гдѣ m масса, x, y, z координаты матеріальной точки въ системѣ S; X, Y, Z слагаемыя дѣйствующей на нее силы, t время.

Уравненія (1) остаются по формѣ неизмѣнными, т. е., какъ говорятъ, инваріантными, въ двухъ случаяхъ замѣны системы S съ координатными осями x, y, z другою системою S' съ координатными осями x', y', z'. Во-первыхъ, въ случаѣ, когда S' находится въ покоѣ относительно S. Это случай обыкновеннаго преобразованія координатъ, когда новыя оси получаются изъ старыхъ перемѣщеніемъ начала осей безъ ихъ вращенія, или вращеніемъ осей безъ измѣненія ихъ начала, или, наконецъ, въ общемъ случаѣ, измѣненіемъ начала и направленія осей. При всѣхъ этихъ преобразованіяхъ новыя и старыя координаты связаны линейными уравненіями, такъ что при замѣнѣ старыхъ новыми получаются уравненія движенія въ видѣ

$$m\frac{d^2x'}{dt^2}=X,\quad m\frac{d^2y'}{dt^2}=Y,\quad m\frac{d^2z'}{dt^2}=Z\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\quad (2)$$

т. е. по формѣ тождественныя съ (1). Гораздо важнѣе второй случай, когда система S' обладаетъ равномѣрнымъ и прямолинейнымъ движеніемъ со скоростью v относительно системы S. Положимъ, что ось x взята по направленію v, и что въ моментъ времени $t=0$ координатныя оси обѣихъ системъ совпадаютъ. Въ этомъ случаѣ мы имѣемъ

$$x'=x-vt,\quad y'=y,\quad z'=z\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad (3)$$

или

$$x=x'+vt,\quad y=y',\quad z=z'\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (3,a)$$

Если вставить $(3,a)$ въ (1), то получаются формулы (2); уравненія (1) движенія оказываются инваріантными относительно преобразованія (3) или $(3,a)$. Полагая, что всѣ физическія явленія, наблюдаемыя въ тѣлахъ, принадлежащихъ данной системѣ S или S', сводятся къ дѣйствіямъ механическимъ, мы заключаемъ, что наблюдатели не замѣтятъ разницы въ явленіяхъ, происходящихъ въ S и въ S'.

Назовемъ основною такую систему, къ которой приложимы законы Ньютоновской механики, т. е., напр., тѣло, которое, получившии толчекъ и затѣмъ предоставленное самому себѣ, движется по инерціи прямолинейно и равномѣрно. Это—система, не обладающая абсолютнымъ ускореніемъ, напр. вращеніемъ. Изъ сказаннаго получается такая формулировка принципа относительности Ньютоновской механики: Если нѣкоторая система S основная, то всякая другая система S', движу-

щаяся относительно S равномѣрно и прямолинейно, также представляетъ систему основную.

Добавимъ одно важное замѣчаніе, касающееся перехода отъ S къ S' при помощи уравненій (3). Въ уравненіяхъ (1) мы имѣемъ четыре перемѣнныхъ величинъ x, y, z и t. Переходя къ S', мы замѣнили координаты x, y, z координатами x', y', z', но мы оставили безъ измѣненія перемѣнную t, полагая, что время въ обѣихъ системахъ одно и то же, т. е. придавая времени характеръ чего то абсолютнаго. Мы этимъ самымъ молчаливо вводимъ понятіе объ одновременности двухъ событій, изъ которыхъ одно происходитъ въ системѣ S (нѣкоторая точка M обладаетъ координатой x), другое же въ системѣ S' (та же точка M обладаетъ координатой x'). Если обозначить черезъ t' перемѣнное время въ системѣ S', и если предположить, что въ моментъ совпаденія обѣихъ системъ $t=0$ и $t'=0$, то мы полагаемъ, что во всѣ дальнѣйшіе моменты справедливо равенство $t'=t$. Это, повидимому, само собою разумѣется. Для ясности перепишемъ теперь уравненія (3) въ видѣ

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z, t' = t \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Мы увидимъ впослѣдствіи, какое огромное значеніе имѣетъ наше, какъ будто самоочевидное, допущеніе, что $t' = t$. Вмѣсто (3,a) мы имѣемъ теперь

$$x = x' + vt', y = y', z = z', t = t' \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Уравненія (2) мы также могли бы переписать, замѣнивъ въ нихъ букву t буквою t'.

Укажемъ еще на одну весьма любопытную интерпретацію уравненій (3) или (4), относящуюся къ одному частному случаю. Представимъ себѣ, что система S обладаетъ не тремя, а только двумя измѣреніями, а именно, что она находится въ нѣкоторой плоскости P, въ которой мы и расположимъ координатныя оси x и y. Въ этой системѣ движется точка M. Проведемъ въ началѣ координатъ третью ось перпендикулярно къ плоскости P, и примемъ ее за ось времени t. Это значитъ, что мы въ каждой точкѣ траекторіи точки M на плоскости P возставляемъ перпендикуляръ къ P и откладываемъ на немъ длину, численно равную времени. Тогда мы получаемъ кривую Σ въ трехмѣрномъ пространствѣ, которая

может служить всесторонней характеристикой движенія точки M на плоскости P. Ея проекція на плоскость xy даетъ истинную траекторію этого движенія. Разстояніе ея точекъ N отъ P опредѣляетъ моменты времени, когда M находится въ проекціи N на плоскость P. Возьмемъ, далѣе, проекціи трехмѣрной кривой Σ на плоскости xt и yt. Направленія касательныхъ къ этимъ проекціямъ опредѣляютъ слагаемыя $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$ скорости движенія точки M. Предположимъ, что это движеніе опредѣляется первыми двумя изъ трехъ уравненій (1). Вообразимъ вторую систему S' съ осями x', y', t', которыя при $t = t' = 0$ совпадаютъ съ осями x, y, t и пусть S' движется со скоростью v по направленію x. Тогда мы имѣемъ:

$$x' = x - vt, y' = y, t' = t \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5,a)$$

$$x = x' + vt', y = y', t = t' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5,b)$$

Вставляя $(5,b)$ въ первыя два уравненія (1), мы получаемъ первыя два уравненія (2). Это показываетъ, что законъ движенія въ S' тотъ же, какъ въ S, и что этотъ законъ можетъ быть характеризованъ кривою Σ' въ системѣ S' (x', y', t'), тождественною съ кривою Σ въ системѣ S (x, y, t), но движущеюся вмѣстѣ съ S'. Преобразованіе $(5,a)$ даетъ переходъ отъ S къ S', т. е. отъ относительнаго покоя къ относительному движенію, причемъ кривая Σ, не мѣняя формы, также переходитъ отъ покоя въ движеніе. Однако, уравненія $(5,a)$ можно интерпретировать иначе, а именно какъ замѣну неподвижныхъ (основныхъ) прямоугольныхъ координатныхъ осей x, y, t неподвижными косоугольными осями x', y', t', причемъ оси x' и y' неизмѣнно совпадаютъ съ осями x и y, а ось t' повернута въ плоскости tx на уголъ $a = \operatorname{arc\,tg} v$, такъ что

$$\operatorname{tg}(t, t') = \operatorname{tg} a = v \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5,c)$$

На тотъ же уголъ повернута плоскость $t'y'$ относительно плоскости ty. Легко сообразить, что новыя координаты связаны со старыми уравненіями $(5,a)$. Кривыя Σ и Σ' имѣютъ въ обѣихъ системахъ одинаковыя уравненія и обѣ неподвижны. Итакъ, переходъ отъ относительнаго покоя къ относительному равномѣрному и прямолинейному движенію можетъ быть формально изображенъ вращеніемъ оси временъ, причемъ не только

основныя уравненія движенія, но и уравненія характеристической кривой Σ остаются безъ измѣненія.

Frank (1909) доказалъ слѣдующее положеніе. Обозначимъ черезъ E энергію системы матеріальныхъ точекъ, состоящую изъ кинетической энергіи движенія точекъ и потенціальной энергіи. ихъ расположенія. Принципъ сохраненія энергіи даетъ $\frac{dE}{dt} = 0$. Условіе, чтобы это равенство оказалось инваріантнымъ относительно преобразованія (3,a), приводитъ къ равенству

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5,d)$$

гдѣ ξ абсцисса центра инерціи системы, т. е. къ извѣстной теоремѣ, что центръ инерціи системы матеріальныхъ точекъ, не подверженной внѣшнимъ силамъ, можетъ обладать только прямолинейнымъ и равномѣрнымъ движеніемъ.

§ 2. Среда, передающая явленія. Воздухъ и эфиръ. Въ предыдущемъ параграфѣ мы разсмотрѣли такія физическія явленія, которыя происходятъ въ системахъ S и S', и которыя сводятся къ механическимъ взаимодѣйствіямъ тѣлъ, связанныхъ съ этими системами. Предположимъ, что пространство, въ которомъ находятся наши системы, наполнено нѣкоторою средою, въ которой можетъ «распространяться» какое либо явленіе. Положимъ сперва, что эта среда есть воздухъ, въ которомъ можетъ распространяться звукъ, и что наблюдатели въ S и въ S' могутъ измѣрить скорость w распространенія звука. Тутъ возможны два случая.

Положимъ сперва, что воздухъ связанъ съ системою, движется вмѣстѣ съ нею. Ясно, что въ этомъ случаѣ наблюдатели въ S и въ S' получатъ одинаковую скорость w звука по формулѣ

$$w = \frac{l}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5,e)$$

гдѣ l разстояніе двухъ точекъ A и B системы, и t время, въ теченіе котораго звукъ передается отъ A въ B, или отъ B въ A. Измѣреніе скорости w звука не даетъ никакихъ указаній относительно скорости v движенія системы вмѣстѣ съ воздухомъ.

Совершенно другое получится, если воздухъ неподвиженъ, а

система S' движется относительно его со скоростью v. Оставимъ въ сторонѣ возможность опредѣленія факта относительнаго движенія ощущеніемъ вѣтра или движеніемъ легкоподвижныхъ тѣлъ, а также измѣренія скорости v при помощи анемометра (т. I). Будемъ измѣрять скорость звука между двумя точками A и B системы S', полагая, что скорость v *системы* имѣетъ направленіе прямой отъ A къ B. Наблюдателю въ S' покажется, что звукъ распространяется отъ A къ B со скоростью $w - v$, а отъ B къ A со скоростью $w + v$. Пусть $AB = l$, и положимъ, что въ первомъ случаѣ измѣренное время t_1, во второмъ t_2; они неравны между собою, ибо

$$t_1 = \frac{l}{w - v}, \quad t_2 = \frac{l}{w + v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Отсюда

$$t_1 - t_2 = \frac{2w}{w^2 - v^2} l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6,a)$$

По формуламъ

$$v = \frac{l(t_1 - t_2)}{2t_1 t_2}, \quad w = \frac{l(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2} \quad \ldots\ldots \quad (6,b)$$

вытекающимъ изъ (6), наблюдатель опредѣлитъ *относительную* скорость v, а также истинную скорость w звука. Однако, онъ получитъ тотъ же результатъ и въ случаѣ, когда система S' неподвижна, а воздухъ движется со скоростью v по направленію отъ B къ A. Итакъ, измѣреніе даетъ ему только относительную скорость воздуха и системы S', но ничего не указываетъ относительно абсолютной скорости воздуха или системы.

Теперь мы можемъ обратиться къ весьма важному для насъ вопросу о другой «передающей» средѣ, а *именно объ эфирѣ*, въ которомъ распространяются электромагнитныя волны со скоростью $c = 3 \cdot 10^5$ килом. въ сек. Для простоты мы далѣе будемъ говорить только о *лучахъ свѣта*.

По вопросу о томъ, *что происходитъ съ эфиромъ, когда въ немъ движутся физическія тѣла*, можно составить три гипотезы, къ которымъ мы, однако, прибавимъ еще четвертую, весьма радикально устраняющую самую постановку вопроса.

I. *Гипотеза Герца*: *эфиръ вполнѣ увлекается движущимися тѣлами*, такъ что скорость эфира, находящагося внутри движущихся тѣлъ, равняется скорости ихъ движенія.

II. Гипотеза Лоренца (H. A. Lorentz): эфиръ абсолютно неподвиженъ; эфиръ, находящійся внутри движущихся тѣлъ, никакого участія въ этомъ движеніи не принимаетъ.

III. Гипотеза Френеля и Физо: эфиръ отчасти увлекается движущеюся матеріей; мы, нѣсколько ниже, точнѣе формулируемъ эту гипотезу.

IV. Гипотеза Эйнштейна и Планка: никакого эфира не существуетъ. Какъ видно, эта гипотеза не отвѣчаетъ на поставленный вопросъ, но въ самомъ корнѣ его устраняетъ. Мы увидимъ, что эта гипотеза находится въ тѣсной связи съ тѣмъ новымъ принципомъ относительности, которому посвящена эта глава, и даже является неизбѣжнымъ слѣдствіемъ, или, если угодно, частью или спутникомъ этого принципа.

Обращаясь прежде всего къ гипотезѣ Герца, мы укажемъ на тѣ факты и соображенія, которыя заставляютъ насъ считать эту гипотезу безусловно непріемлемой.

1. Явленіе аберраціи свѣта было нами разсмотрѣно въ т. II (ученіе о лучистой энергіи, гл. III, § 3) и мы упомянули (тамъ же, § 7) объ опытѣ Airy (1871), который нашелъ, что уголъ аберраціи получается одинаковымъ, будетъ ли онъ опредѣляться при помощи трубы, наполненной воздухомъ, или наполненной водою. Весьма трудно объяснить не только этотъ опытъ, но и самое явленіе аберраціи, если допустить гипотезу Герца.

2. Прицинъ Допплера прилагается, какъ мы видѣли (т. II, лучистая энергія, гл. VII, § 14 и § 18) къ явленіямъ свѣтовымъ. И этотъ фактъ было бы трудно объяснить, если предположить, что эфиръ увлекается, какъ источникомъ свѣта, такъ и землею.

3. Теорія Френеля и опытъ Физо. Мы видѣли (т. II, лучистая энергія, гл. III, § 7), что Fresnel (1818) далъ формулу

$$u = \frac{n^2 - 1}{n^2} v \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (7)$$

въ которой v скорость движенія нѣкоторой матеріальной среды, n ея показатель преломленія, u та скорость, съ которою вмѣстѣ

со средою увлекается находящійся въ ней эфиръ, а также распространяющаяся въ ней лучистая энергія. Если c скорость свѣта въ пустотѣ, $c:n$ скорость свѣта въ покоющейся средѣ и c' скорость свѣта въ движущейся средѣ, то

$$c' = \frac{c}{n} \pm \frac{n^2-1}{n^2} v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7,a)$$

если направленіе движенія среды совпадаетъ (знакъ $+$) съ направленіемъ распространенія свѣта, или ему прямо противоположно (знакъ —). Въ указанномъ мѣстѣ (§ 7) мы вывели формулу (7), основываясь на томъ, что величина аберраціи не зависитъ отъ рода среды, черезъ которую проходятъ лучи (опытъ Airy). Тамъ же былъ нами описанъ классическій опытъ Fizeau (1871), который показалъ, что въ движущейся водѣ скорость свѣта дѣйствительно отличается отъ скорости свѣта въ водѣ неподвижной, и по величинѣ опредѣляется формулою ($7,a$). Когда опытъ былъ повторенъ съ воздухомъ вмѣсто воды, то нельзя было подмѣтить вліянія движенія воздуха на скорость распространяющагося въ немъ свѣта, что также согласно съ ($7,a$), такъ какъ для воздуха n весьма мало отличается отъ единицы. Ясно, что гипотеза Герца противорѣчитъ опыту Fizeau, который повторили Michelson и Morley (1886), вполнѣ подтвердившіе справедливость формулы ($7,a$).

4. Опыты Röntgen'a, Wilson'a и А. А. Эйхенвальда относятся къ электромагнитнымъ явленіямъ въ движущихся тѣлахъ; они будутъ разсмотрѣны въ одной изъ послѣдующихъ главъ. Здѣсь замѣтимъ только, что результаты этихъ опытовъ несогласны съ теоріей Герца, цѣликомъ построенной на гипотезѣ о движеніи эфира вмѣстѣ съ движущимися тѣлами.

5. Lodge (1893) показалъ непосредственными опытами, что эфиръ, находящійся въ ближайшемъ сосѣдствѣ движущихся тѣлъ, а именно между двумя быстро вращающимися горизонтальными стальными дисками, насаженными на общую ось, этими тѣлами не увлекается.

6. Трудно себѣ представить, чтобы движущіяся газообразныя тѣла, частицы которыхъ занимаютъ лишь малую часть общаго объема, могли вполнѣ увлекать весь содержащійся въ немъ эфиръ, особенно, если эти газы были доведены до крайней достижимой степени разрѣженія, и если мы мысленно представимъ себѣ эту степень разрѣженія все болѣе и болѣе увеличенной.

Изъ сказаннаго явствуетъ, что отъ гипотез Герца, допускающей полную подвижность эфира, мы должны отказаться. Намъ нѣтъ надобности останавливаться и на теоріи Френеля и Физо, допускающей, что эфиръ отчасти увлекается движущейся матеріей, такъ какъ Lorentz (1895) доказалъ, что его гипотеза вполнѣ неподвижнаго эфира приводитъ къ формулѣ (7, *a*). Такимъ образомъ оказывается, что формула (7, *a*) количественно вѣрно выражаетъ зависимость скорости свѣта отъ скорости среды, но что нѣтъ никакой необходимости видѣть въ ея справедливости доказательство увлеченія самаго эфира движущеюся матеріей.

Итакъ, допуская существованіе эфира, мы принуждены считать его совершенно неподвижнымъ, не принимающимъ никакого участія въ движеніяхъ обыкновенныхъ тѣлъ. Изъ гипотезы неподвижнаго эфира получается, однако, немедленно важнѣйшее слѣдствіе, которое мы разбиваемъ на двѣ части.

А. Если существуетъ неподвижный эфиръ, или даже если, вообще, существуетъ эфиръ, вся междузвѣздная масса котораго неподвижна, то должны существовать и абсолютный покой и абсолютное прямолинейное и равномѣрное движеніе. Тѣло, покоющееся относительно эфира, мы должны считать находящимся въ абсолютномъ покоѣ, и точно также мы должны считать прямолинейное и равномѣрное движеніе относительно покоющагося эфира за движеніе абсолютное.

Безусловно отказываясь отъ мысли о существованіи абсолютнаго покоя и абсолютнаго прямолинейнаго и равномѣрнаго движенія, мы принуждены отказаться и отъ мысли о существованіи эфира.

В. Допуская, что эфиръ абсолютно неподвиженъ и совершенно не увлекается тѣлами (гипотеза Лоренца), мы вправѣ ожидать, что абсолютное прямолинейное и равномѣрное движеніе тѣла, напр., земли, должно отпечатлѣться на тѣхъ явленіяхъ распространенія электромагнитныхъ возмущеній въ эфирѣ, которыя наблюдаются на этомъ тѣлѣ.

Дѣйствительно: мы имѣли бы нѣчто вполнѣ аналогичное наблюденію скорости звука, произведенному на тѣлѣ, движущемся въ неподвижномъ воздухѣ (стр. 355). Даже болѣе того: измѣряя скорость звука въ двухъ противоположныхъ направленіяхъ, мы все-таки не могли рѣшить вопроса о томъ, движется ли на-

блюдатель въ неподвижномъ воздухѣ, или воздухъ мимо наблюдателя, или движутся оба, но съ различными скоростями. Для случая эфира эти сомнѣнія отпадаютъ: если опыты обнаружатъ относительное движеніе, напр., земли и эфира, то не останется сомнѣнія въ томъ, что земля движется въ эфирѣ, а не эфиръ мимо земли.

Важнѣйшее изъ явленій, которыя могли бы обнаружить движеніе земли относительно эфира, это распространеніе электромагнитныхъ возмущеній въ послѣднемъ. Землю же мы выбираемъ, такъ какъ на ней мы производимъ наши наблюденія и такъ какъ ея «абсолютная скорость относительно эфира», буде о таковой можно говорить, превосходитъ скорости тѣлъ, встрѣчающіяся на ея поверхности. Смотря по характеру электромагнитныхъ возмущеній, мы для удобства будемъ отличать явленія оптическія (свѣтовыя) и электрическія.

Движеніе земли за небольшой промежутокъ времени мы можемъ считать прямолинейнымъ и равномѣрнымъ. Ея скорость v примемъ равною 30 км. въ секунду, между тѣмъ какъ скорость c распространенія электромагнитнаго возмущенія въ эфирѣ, или, какъ мы для краткости будемъ выражаться, скорость свѣта, равна 300.000 км. въ сек. Отсюда слѣдуетъ:

$$\frac{v}{c} = 10^{-4}, \ \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 10^{-8} \quad . \ . \ . \ . \ . \ (8)$$

Вводимъ выраженіе

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \beta = 1 - 5 \, . \, 10^{-9} \quad . \ . \ . \ . \ (8,a)$$

Вліяніе движенія земли на оптическія и электрическія явленія должно, говоря теоретически, обнаружиться измѣненіемъ численныхъ значеній нѣкоторыхъ измѣряемыхъ величинъ и не трудно сообразить, что это измѣненіе должно быть функціею отношенія $v:c$. Если оно пропорціонально $\frac{v}{c}$ или $\frac{v^2}{c^2}$, то мы соотвѣтственно говоримъ о вліяніи перваго или второго порядка. Числа (8) показываютъ, что въ тѣхъ явленіяхъ, въ которыхъ теорія даетъ вліяніе второго порядка, мы лишь въ рѣдкихъ случаяхъ могли бы надѣяться обнаружить это вліяніе на опытѣ.

§ 3. Часть опытная. Гипотеза Fitzgerald'a и Lorentz'a. Мѣстное время Lorentz'a. Различными учеными было произведено весьма большое число опытныхъ изслѣдованій, имѣвшихъ цѣлью обнаружить вліяніе движенія земли на совершающіяся на ея поверхности оптическія и электрическія явленія. Обзоры всѣхъ сюда относящихся работъ составили Laub (1910, приведена вся литература) и Бурсіанъ (1912). Къ этимъ обзорамъ отсылаемъ читателей, такъ какъ мы здѣсь должны ограничиться краткимъ перечнемъ наиболѣе важныхъ работъ.

Обращаемся прежде всего къ тѣмъ изслѣдованіямъ, въ которыхъ ожидалось вліяніе перваго порядка, т. е., см. (8), порядка 10^{-4}; можно было ожидать, что такое вліяніе на измѣряемыя величины обнаружить не трудно. Однако оптическія изслѣдованія, которыя произвели Fizeau (1861), Klinkerfues (1870), Haga (1902), Ketteler (1872), Mascart (1872 и 1874), Rayleigh (1902), Nordmeyer (1903), Brace (1905), Strasser (1907) и Smyth (1902), а также электрическія, которыми занимались Röntgen (1885), Des Coudres (1889), Trouton (1902) и Koenigsberger (1905) дали отрицательные результаты. Никакого вліянія движенія земли на наблюдавшіяся явленія, т. е. на измѣряемыя при этомъ величины не обнаружилось. Основная мысль всѣхъ этихъ изслѣдованій можетъ быть характеризована приблизительно слѣдующимъ образомъ. Наблюдается оптическое или электрическое явленіе, протекающее въ нѣкоторомъ опредѣленномъ направленіи, сперва, когда это направленіе, въ данный моментъ, параллельно движенію земли вокругъ солнца, а потомъ когда оно прямо противоположно, или къ нему перпендикулярно. Если эфиръ неподвиженъ и если существуетъ «абсолютное» движеніе земли относительно эфира, то должна быть замѣтна разница въ численныхъ значеніяхъ нѣкоторыхъ величинъ, характерныхъ для наблюдаемаго явленія. Въ видѣ примѣра укажемъ вкратцѣ на нѣкоторыя изъ этихъ работъ.

Ketteler наблюдалъ интерференцію двухъ лучей, прошедшихъ въ противоположныхъ направленіяхъ черезъ двѣ почти другъ другу параллельныя трубки съ водою, установленныя параллельно направленію движенія земли. При вращеніи всего прибора (напр. на 90^0 или на 180^0) не происходило никакого смѣщенія интерференціонныхъ полосъ, хотя слѣдовало бы ожидать измѣненія числа

волнъ въ каждомъ изъ двухъ лучей, т. е. ихъ оптической разности хода.

Fizeau пропускалъ поляризованный лучъ черезъ наклонно къ нему поставленную плоскопараллельную пластинку; при этомъ плоскость поляризаціи вращается на нѣкоторый уголъ, зависящій отъ показателя преломленія пластинки, т. е. отъ скорости распространенія въ ней свѣта (т. II, Лучистая энергія, гл. XV, § 5). Величина вращенія должна зависѣть отъ направленія луча относительно направленія движенія земли. Fizeau нашелъ небольшое измѣненіе угла вращенія при перемѣнѣ направленія, но опыты Brace'а и Strasser'а показали, что никакого измѣненія не происходитъ. То же самое показали Mascart и Rayleigh относительно естественнаго вращенія плоскости поляризаціи (т. II, гл. XVIII).

Всякій электрическій зарядъ, движущійся вмѣстѣ съ землею, долженъ представлять конвекціонный токъ и потому долженъ быть окруженъ магнитнымъ полемъ. Röntgen доказалъ, что такого поля не существуетъ.

Des Coudres помѣстилъ какъ разъ въ серединѣ между двумя одинаковыми катушками A и B, черезъ которыя проходилъ постоянный токъ въ противоположныхъ направленіяхъ, третью катушку C, соединенную съ чувствительнымъ гальванометромъ, такъ что при перемѣнѣ направленія тока не обнаруживалось въ гальванометрѣ иикакого индукціоннаго дѣйствія. При этомъ направленіе отъ A къ B совпадало съ направленіемъ движенія земли. При поворачиваніи всего прибора на 180^0 также не обнаруживалось индукціоннаго дѣйствія, хотя слѣдовало ожидать такого же дѣйствія, какое появилось бы при уменьшеніи разстоянія AC и при одновременномъ увеличеніи разстоянія BC на относительную величину $v:c$.

Отрицательному результату выше перечисленныхъ опытовъ, однако, не придавалось рѣшающаго значенія для разбираемаго, фундаментальнаго для всей науки, вопроса о движеніи земли относительно эфира. Переходимъ къ тѣмъ четыремъ изслѣдованіямъ, которыя послужили исходною точкою и главною основою того ученія объ относительности, которому посвящена настоящая статья. Сюда относится, прежде всего классическая работа Michelson'а (1881), которую повторили Michelson и Morley (1887), а затѣмъ Morley и Miller (1904). Она вызвала споры, въ которыхъ приняли участіе Lodge (1898),

Sutherland (1900), Lüroth (1909), Debye (1909), Kohl (1910), Laue (1910) и др. Окончательно выяснилось, что добытые Michelson'омъ результаты несомнѣнно справедливы. Далѣе сюда же относятся имѣющія совершенно другой характеръ изслѣдованія, которыя произвели Rayleigh (1902) и Brace (1904), Trouton и Noble (1903) и, наконецъ, Trouton и Rankine (1908). Эти четыре работы мы теперь и разсмотримъ.

I. Опытъ Michelson'а мы уже назвали классическимъ; весьма подробное описаніе этого опыта можно найти въ книгѣ Michelson'а, которая имѣется въ двухъ русскихъ переводахъ (Майкельсонъ, «Свѣтовыя волны и ихъ примѣненіе»,

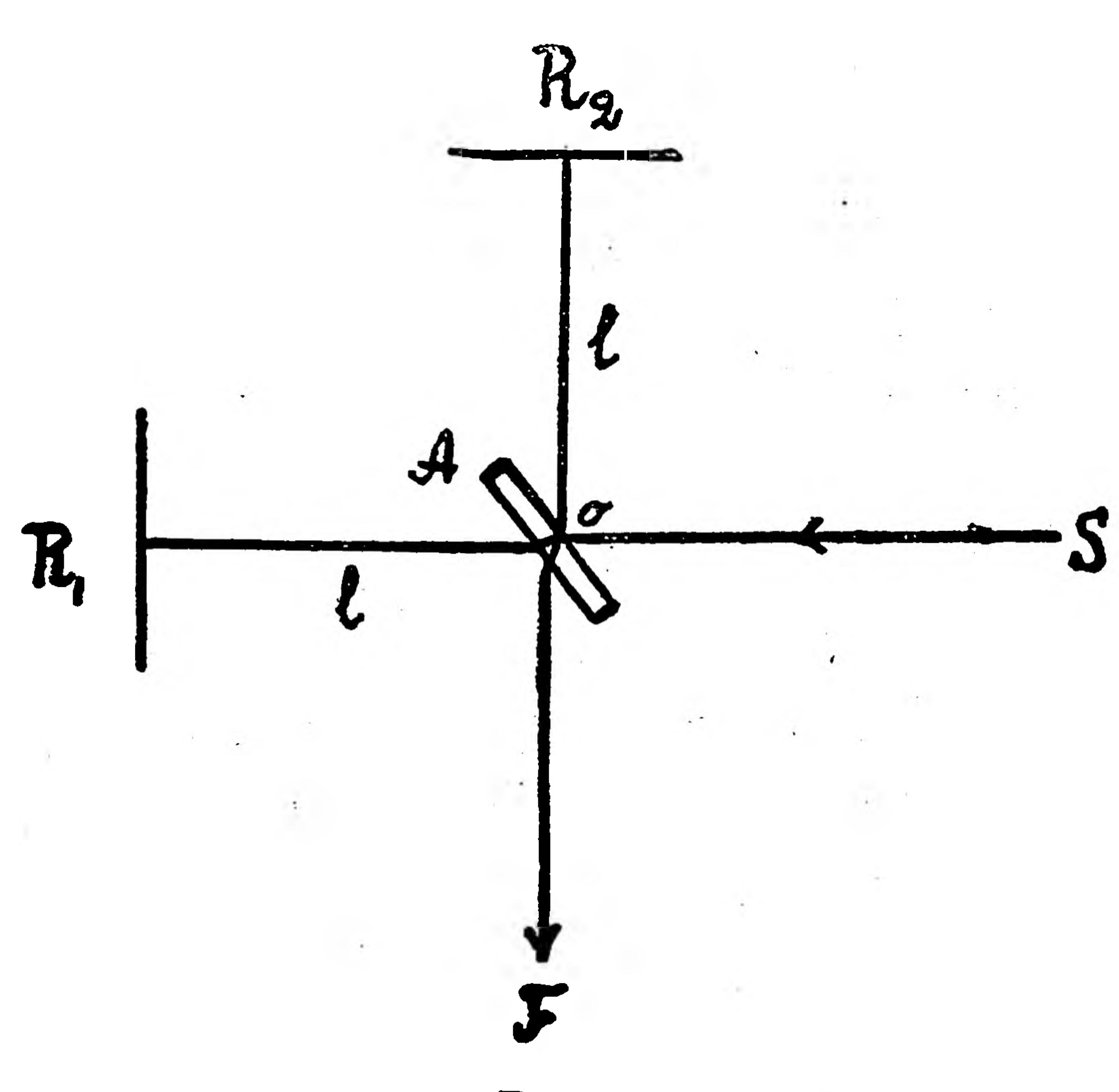


Рис. 1.

Одесса 1912 и С.-Петербургъ 1912). Разберемъ нѣсколько подробнѣе этотъ опытъ, въ которомъ играетъ главную роль интерферометръ Michelson'а, описанный нами въ ученіи о лучистой энергіи (т. II, гл. XIII, § 11). На рис. 1 изображенъ, чисто схематически, интерферометръ Michelson'а; добавочныя части здѣсь опущены. Лучъ, идущій отъ источника S, отчасти отражается въ o отъ стеклянной, слегка посеребренной пластинки A; онъ отражается отъ зеркала R_2 и часть его, пройдя черезъ A, попадаетъ въ зрительную трубу, находящуюся въ F. Другая часть луча So проходитъ черезъ A, отражается отъ зеркала R_1, вновь отчасти отражается въ o и также попадаетъ въ трубу F. Наблюдатель видитъ въ F интерференціонныя полосы, зависящія отъ разности путей oR_1o и oR_2o двухъ лучей. Мы видѣли въ

т. II, что эти полосы могутъ имѣть форму параллельныхъ другъ другу прямыхъ, или концентрическихъ круговъ; но для дальнѣйшаго это различіе для насъ не имѣетъ значенія. Разсматривая явленіе чисто геометрически, и не обращая, пока, вниманія на движеніе всего прибора вмѣстѣ съ землею, мы должны сказать, что въ опредѣленномъ мѣстѣ фокальной плоскости трубы F, появится одна изъ интерференціонныхъ полосъ, соотвѣтствующая наличной разности хода двухъ лучей.

Посмотримъ теперь, какое вліяніе на картину интерференціоннаго явленія должно имѣть движеніе всего прибора вмѣстѣ съ землею въ неподвижномъ эфирѣ. Предположимъ, что это движеніе происходитъ параллельно одному изъ направленій oR_1 или oR_2. Разстоянія oR_1 и oR_2 будемъ считать равными; обозначимъ ихъ черезъ l. Итакъ, одинъ изъ интерферирующихъ лучей пробѣгаетъ путь $2l$, чисто геометрически, по направленію движенія земли и ему прямо противоположному, другой же проходитъ путь $2l$ по направленію перпендикулярному къ этому движенію. Разсмотримъ, какіе же пути проходятъ лучи въ дѣйствительности, т. е. въ неподвижномъ эфирѣ. Источникъ свѣта мы, при этомъ, можемъ себѣ представить находящимся въ точкѣ o.

Если источникъ свѣта и зеркало, находящіеся на разстояніи l другъ отъ друга, неподвижны относительно эфира, то путь $2l$ будетъ пройденъ во время

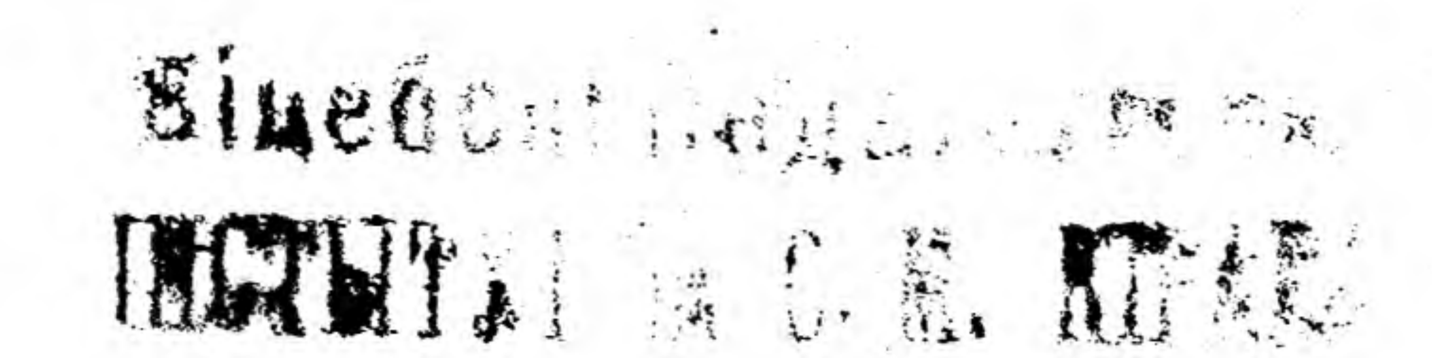
$$t = \frac{2l}{c} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (9)$$

Положимъ, что источникъ и зеркало движутся по направленію прямой, ихъ соединяющей, со скоростью v относительно эфира. Ясно, что одинъ путь l будетъ пройденъ со скоростью $c+v$ другой со скоростью $c-v$. Для распространенія свѣта туда и обратно потребуется время

$$t_1 = \frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2lv}{c^2-v^2} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\beta^2} \quad (10)$$

Принимая во вниманіе, что $v^2 : c^2$ малая дробь 10^{-8}, мы можемъ написать

$$t_1 = \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \quad \dots\dots\dots \quad (11)$$



Перейдемъ къ случаю, когда источникъ свѣта A (рис. 2) и зеркало RR движутся со скоростью v по направленію, перпендикулярному къ прямой $AB = l$, гдѣ $AB \perp RR$. Когда лучъ послѣ отраженія возвратится къ источнику, этотъ послѣдній уже будетъ находиться въ другомъ мѣстѣ, напр. въ A_1. Отсюда слѣдуетъ, что къ источнику возвратится лучъ, упавшій на зеркало нѣсколько наклонно и прошедшій путь AB_1A_1. Пусть $AB_1 = B_1A_1 = s$, $AC = CA_1 = p$. Въ одинаковое время свѣтъ проходитъ путь $2s$ со скоростью c, а источникъ путь $2p$ со скоростью v; отсюда ясно, что $p : s = v : c$, т. е. $p = \frac{vs}{c}$. Далѣе мы имѣемъ $s^2 = l^2 + p^2 = l^2 + \frac{s^2v^2}{c^2}$; отсюда

$$s = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

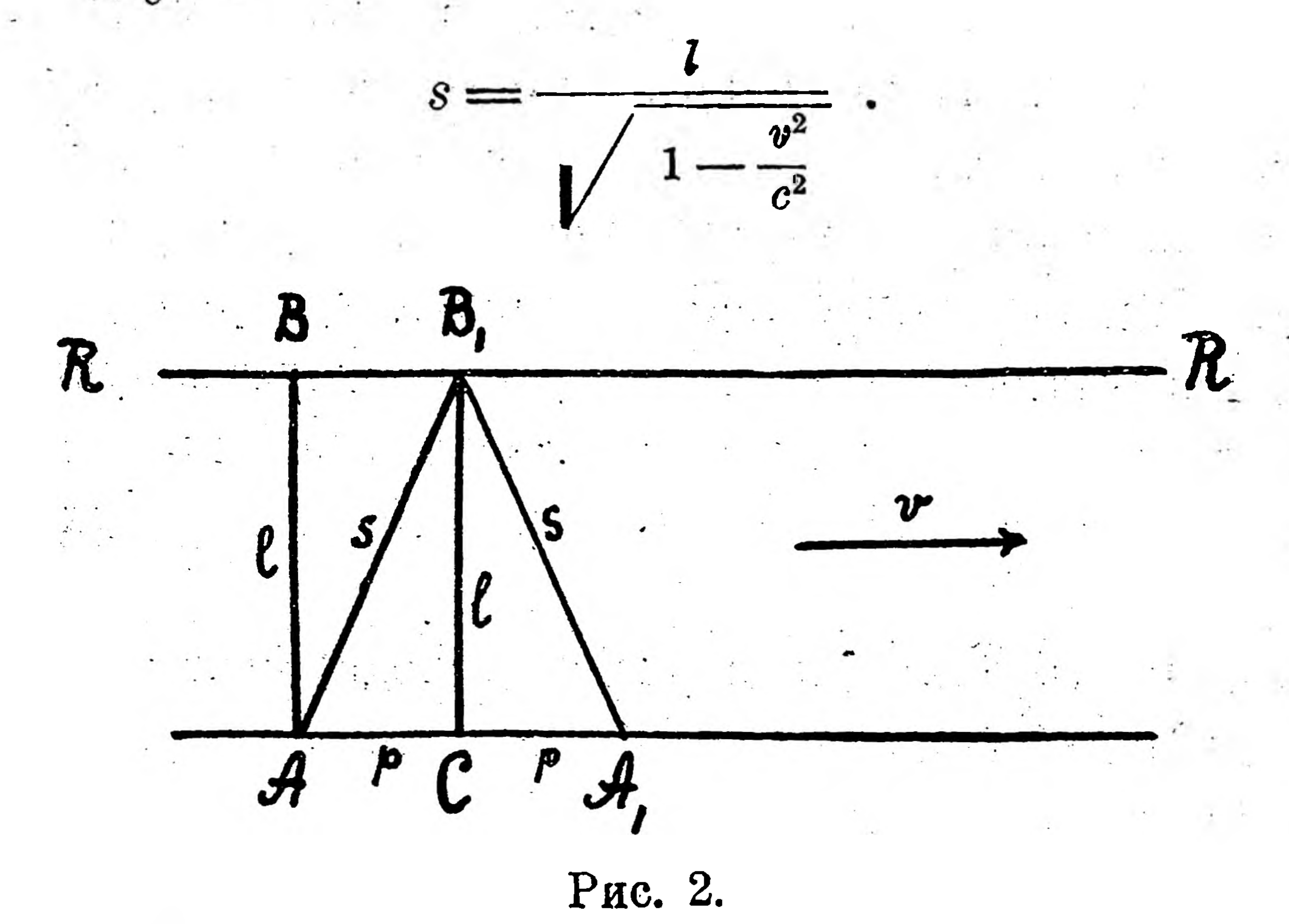


Рис. 2.

Время t_2, въ теченіи котораго свѣтъ проходитъ путь $2s$, равно

$$t_2 = \frac{2s}{c} = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

или

$$t_2 = \frac{2l}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

Мы видимъ, что $t_1 > t_2 > t$, и что

$$t_1 - t_2 = \frac{l}{c} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

Итакъ, вслѣдствіе движенія всей системы, времена прохожденія свѣта отъ источника до зеркала и обратно, въ двухъ

взаимно перпендикулярныхъ направленіяхъ, дѣлаются неодинаковыми. Это соотвѣтствуетъ возникновенію оптической разности хода, содержащей столько длинъ волны λ, сколько разъ время одного періода T свѣтового колебанія содержится въ разности $t_1 - t_2$. При поворачиваніи всего интерферометра на 90°, мы мѣняемъ знакъ этой разности, что соотвѣтствуетъ введенію двойной разности хода. Пусть N число полосъ, на которыя при этомъ должна смѣститься вся система полосъ; тогда

$$N = \frac{2(t_1 - t_2)}{T} = \frac{2l}{cT} \cdot \frac{v^2}{c^2} = \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

такъ какъ длина волны $\lambda = cT$. Формула (15) показываетъ, что ожидаемое смѣщеніе интерференціонныхъ полосъ есть величина малая второго порядка, см. выше. Michelson никакого смѣщенія полосъ не замѣтилъ. Онъ повторилъ свои опыты совмѣстно съ Morley'емъ, причемъ они пользовались улучшенною установкою, при которой лучи проходили болѣе длинный путь, многократно отражаясь нѣсколькими зеркалами. При этомъ было $l = 2200$ см., $\lambda\,(Na) = 5{,}9 \,.\, 10^{-5}$ см.; (15) и (8) даютъ $N = 0{,}37$. Въ дѣйствительности оказалось, что N не болѣе 0,02. Наконецъ, въ опытахъ, которые произвели Morley и Miller, теорія давала $N = 1{,}5$, между тѣмъ какъ наблюденное N не превышало 0,0076. О полемикѣ, возникшей изъ-за этихъ опытовъ, уже было упомянуто выше. Не подлежитъ ни малѣйшему сомнѣнію, что при обстановкѣ опыта Michelson'а не обнаруживается ожидаемаго вліянія движенія земли въ неподвижномъ эфирѣ, хотя аналогичные опыты въ области звуковыхъ явленій несомнѣнно указали бы намъ на относительное движеніе наблюдателя и воздуха.

Fitzgerald и Lorentz предложили, независимо другъ отъ друга, новую, весьма смѣлую гипотезу для объясненія несогласія описанныхъ опытовъ съ ожидаемыми по теоріи результатами. Они предположили, что для всякаго тѣла тѣ линейные его размѣры, которые параллельны его движенію въ эфирѣ, претерпѣваютъ, исключительно только вслѣдствіе этого движенія, сокращеніе въ отношеніи единицы къ $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, т. е. $1 : \beta$. Итакъ, пусть l линейный размѣръ покоющагося тѣла, или движущагося

по направленію, перпендикулярному къ l. Если, въ первомъ случаѣ, привести тѣло въ движеніе, а во второмъ—повернуть его на 90°, такъ чтобы l получило направленіе движенія, то длина l превращается въ

$$l' = \beta l = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = l\left(1-\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Стержень, длина котораго 1 м., когда онъ расположенъ перпендикулярно къ направленію движенія земли, укорачивается на 5.10^{-6} мм. $=5\mu\mu$, если его повернуть на 90°. Шаръ, при движеніи, превращается въ сплюснутый по направленію движенія эллипсоидъ вращенія Heaveside'а. Легко понять, что эта гипотеза вполнѣ объясняетъ результатъ опытовъ Michelson'а. Длина $l=oR_2$ (рис. 1), перпендикулярная направленію движенія земли, остается неизмѣнной, а потому формула (12) для t_2 также остается справедливой. Но длина $l=oR_1$ превращается въ $l'=\beta l$, такъ что (10) даетъ теперь

$$t_1 = \frac{2l'}{c}\cdot\frac{1}{\beta^2} = \frac{2l}{c}\cdot\frac{1}{\beta}.$$

Сравнивая это съ (12), мы видимъ, что $t_1=t_2$ и никакого смѣщенія полосъ уже не приходится ожидать, при поворачиваніи всего прибора Michelson'а на 90°. Сокращенію длины подвергается здѣсь та каменная плита, на которой былъ установленъ интерферометръ. Morley и Miller (1905) желали узнать, не играетъ ли здѣсь нѣкоторую роль матеріалъ тѣла. Они повторили опытъ, установивъ приборъ на деревянной плитѣ; результатъ получился прежній, отрицательный.

Разсмотрѣнная гипотеза должна казаться странною и даже мало вѣроятною. Однако, Lorentz указываетъ на слѣдующія соображенія, которыя дѣлаютъ ее болѣе правдоподобной. Допустимъ, что атомы тѣлъ состоятъ главнымъ образомъ, или даже исключительно изъ электроновъ, и что силы сцѣпленія, опредѣляющія собою условія внутренняго равновѣсія атомовъ, а слѣд. и форму всего тѣла, имѣютъ отчасти или даже исключительно электромагнитный характеръ. При движеніи тѣла, т. е. входящихъ въ его составъ электроновъ, происходитъ деформація внутреннихъ электромагнитныхъ полей, мѣняются силы сцѣпленія и потому нарушаются условія равновѣсія. Устанавливается новое

равновѣсіе, при которомъ размѣры тѣла и могутъ мѣняться согласно формулѣ (16).

II. Опыты Rayleigh'a и Brace'a. Эти опыты были произведены для провѣрки одного изъ возможныхъ слѣдствій гипотезы Fitzgerald'a и Lorentz'a. Если допустить, что форма электроновъ при ихъ движеніи не мѣняется, то одностороннее сокращеніе размѣровъ тѣла должно въ немъ вызвать оптическую анизотропію, а слѣд. и двойное лучепреломленіе (т. II, Лучистая энергія, гл. XVI). Rayleigh (1902) помѣщалъ трубки съ водою, или съ сѣроуглеродомъ между скрещенными николями, но никакихъ слѣдовъ двойного лучепреломленія не замѣтилъ, когда поворачивалъ трубку на 90°; такой же отрицательный результатъ далъ столбъ стеклянный. Brace (1904) повторилъ эти опыты съ водою и со стекломъ, пользуясь лучшею установкою, при которой лучи проходили въ водѣ путь длиною 28,5 м.; но и онъ нашелъ, что замедленіе луча не превышало величины порядка 7.10^{-13}, хотя ожидалась величина порядка 10^{-8}.

III. Опытъ Trouton'a и Noble. Къ одному концу горизонтальнаго стержня унифиляра (т. I) прикрѣпленъ конденсаторъ на другомъ концѣ находится противовѣсъ. Уголъ между направленіемъ движенія земли и нормалью къ пластинкамъ конденсатора обозначимъ черезъ a. Теорія Abraham'a приводитъ къ результату, что на конденсаторъ дѣйствуетъ пара силъ, моментъ M которой равенъ

$$M = \frac{U}{c^2} v^2 \sin 2a \qquad (17)$$

гдѣ U энергія заряженнаго конденсатора. Наибольшее значеніе M получается при $a = 45°$. Однако, Trouton и Noble (1903) никакого вращенія не замѣтили. Lorentz объяснилъ этотъ результатъ тѣми измѣненіями размѣровъ прибора, о которыхъ говоритъ его гипотеза.

IV. Опытъ Rankine'a и Trouton. Гипотеза Fitzgerald'a и Lorentz'a заставляетъ ожидать, что сопротивленіе r прямой проволоки зависитъ отъ ея положенія относительно направленія движенія земли. Если ея длина параллельна v, то она должна укоротиться и r должно уменьшиться; если же она перпендикулярна къ v, то она должна сдѣлаться тоньше, и потому r должно увеличиться. Trouton и Rankine (1908) устроили весьма чувствительный мостъ Витстона, въ

которомъ двѣ противоположныя вѣтви были параллельны v, двѣ другія—перпендикулярны къ v. Вся установка могла быть легко поворачиваема на 90^0. При такомъ вращеніи не замѣчалось относительнаго измѣненія сопротивленія, равнаго $5 \cdot 10^{-10}$, хотя ожидалось измѣненіе порядка 10^{-8}.

Мы разсмотрѣли важнѣйшіе изъ тѣхъ опытовъ, которые играли роль при возникновеніи и развитіи новаго принципа относительности, а также гипотезу Fitzgerald'а и Lorentz'а, которая была предложена для объясненія ихъ результатовъ. Чтобы полнѣе обрисовать содержаніе научной мысли въ моментъ возникновенія принципа относительности, мы разсмотримъ еще остроумную идею Lorentz'а о мѣстномъ времени. Дѣло въ томъ, что уравненія электромагнитнаго поля мѣняютъ свою форму, когда мы, при помощи уравненій (4) или (5), переходимъ отъ неподвижной системы S къ подвижной S'. Къ этому вопросу мы возвратимся ниже. Lorentz показалъ, однако, что пренебрегая малыми величинами второго порядка ($v^2 : c^2$), можно сдѣлать переходъ отъ S къ S' безъ измѣненія вида уравненій электромагнитнаго поля, если для движущейся системы ввести нѣкоторый своеобразный счетъ времени. Пусть t есть время въ неподвижной системѣ S, и положимъ, что въ моментъ времени $t=0$ координатныя оси системъ S и S' совпадаютъ; далѣе предположимъ, что скорость v системы S' параллельна осямъ x и x'. Тогда слѣдуетъ ввести въ точкахъ системы S' особое время t', опредѣляемое формулою

$$t' = t - \frac{vx}{c^2} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (18)$$

и относящееся къ тому самому моменту, когда во всѣхъ точкахъ неподвижной системы S время равно t. Формула (18) показываетъ, что каждая точка системы S' имѣетъ свой счетъ времени, обладаетъ своимъ „мѣстнымъ временемъ". Чѣмъ дальше точка системы S' находится отъ неподвижнаго начала координатъ системы S, тѣмъ болѣе ея мѣстное время отличается отъ времени t системы S.

Мысль о мѣстномъ времени t' можетъ быть разъяснена слѣдующими соображеніями. Положимъ, что въ моментъ $t=0$ выходитъ изъ начала координатъ свѣтовой сигналъ; спрашивается: когда этотъ сигналъ дойдетъ до той точки M системы S', коор-

дината которой при $t=0$ равнялась x? Наблюдатель въ S скажетъ, что это время равно

$$t=\frac{x}{c}+\frac{\xi}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18,a)$$

гдѣ ξ тотъ путь, который успѣла пройти точка M за время распространенія сигнала до нея. Очевидно $\xi : x = v : c$ откуда

$$t=\frac{x}{c}+\frac{vx}{c^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18,b)$$

Наблюдатель же, связанный съ S' и не замѣчающій своего движенія, скажетъ, что сигналъ прошелъ разстояніе x во время

$$t'=\frac{x}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18,c)$$

Изъ (18,b) и (18,c) и получается формула (18). Весьма важно замѣтить, что Lorentz не придавалъ формулѣ (18), и самой мысли о мѣстномъ времени, никакого реальнаго значенія. Выраженіе (18) имѣетъ для него чисто формальный, математическій характеръ. Введеніе мѣстнаго времени t' служитъ у него только для того, чтобы уравненія электромагнитнаго поля въ извѣстныхъ предѣлахъ сохранили свой видъ при переходѣ отъ неподвижной системы S къ подвижной S'.

Формулы (16) и (18) являются результатомъ пренебреженія величинами второго порядка въ формулахъ болѣе точныхъ и сложныхъ, которыя были выведены Lorentz'омъ и получили названіе преобразованія Lorentz'а, въ параллель къ Ньютоновскимъ преобразованіямъ, которыя выражаются формулами (4) Съ этими формулами Lorentz'а мы познакомимся въ слѣдующемъ параграфѣ.

§ 4. Принципъ относительности. Идеи Einstein'а. Классическая работа Einstein'а появилась въ 1905 г. Ею вызвана необозримо громадная литература, а то значеніе, которое она имѣетъ, и тотъ переворотъ, который она пытается произвести во всей физикѣ и во всѣхъ самыхъ основныхъ и элементарныхъ представленіяхъ, были характеризованы выше.

Въ теоріи относительности Einstein'а стоитъ на первомъ планѣ совершенно новое и, съ перваго взгляда, непостижимо странное представленіе о времени. Требуется не мало усилій и продолжительная работа надъ самимъ собою, чтобы съ нимъ свыкнуться. Но еще несравненно труднѣе принять тѣ многочисленныя слѣдствія, которыя

вытекаютъ изъ принципа относительности, и которыя относятся ко всѣмъ, безъ исключенія, отдѣламъ физики. Многія изъ этихъ слѣдствій явно противорѣчатъ тому, что принято называть, хотя и далеко не всегда съ достаточною мотивировкою, „здравымъ смысломъ“. Ихъ можно назвать парадоксами новаго ученія и мы съ нѣкоторыми изъ нихъ познакомимся ниже. Приступаемъ къ тому выясненію основъ новаго ученія, которое для учебника важнѣе самого колоссальнаго зданія, нынѣ воздвигнутаго на этихъ основахъ.

Мы видѣли, что всѣ попытки обнаружить на опытахъ вліяніе движенія земли черезъ неподвижный эфиръ дали отрицательный результатъ, и мы познакомились съ гипотезою Fitzgerald'а и Lorentz'а, предложенной для объясненія этого факта, а также съ «мѣстнымъ временемъ Lorentz'а».

Переходимъ къ идеямъ Einstein'а относительно времени, которыя можно формулировать такъ: никакого абсолютнаго времени вообще не существуетъ. Мѣстное время Lorentz'а не есть математическая фикція, не выражаетъ чего либо чисто формальнаго, служащаго для преобразованія нѣкоторыхъ дифференціальныхъ уравненій, но имѣетъ реальное значеніе, какъ истинное для данной системы время. Каждая изъ двухъ движущихся другъ относительно друга системъ S и S' фактически имѣетъ свое время, воспринимаемое и измѣряемое наблюдателемъ, который съ этою системою движется, аналогично тому, какъ каждая изъ точекъ одной и той же системы имѣетъ въ ней свои координаты, также воспринимаемыя и измѣряемыя наблюдателемъ.

Понятія объ одновременности, въ общемъ смыслѣ, не существуетъ. Два событія, которыя происходятъ въ различныхъ мѣстахъ, могутъ для наблюдателя въ S казаться одновременными (время t), между тѣмъ какъ для наблюдателя въ S' они происходятъ въ различныя времена t_1' и t_2'. Возможно, что для S одно явленіе происходитъ раньше, а для S' позже другого. Къ такому новому представленію о времени, повидимому, еще не такъ трудно привыкнуть. Гораздо хуже обстоитъ дѣло съ многочисленными другими парадоксами, къ которымъ приводитъ теорія относительности. Съ этими парадоксами мы познакомимся въ слѣдующемъ параграфѣ; теперь же мы считаемъ полезнымъ перечислить рядъ положеній, кото-

рыя получились какъ слѣдствія теоріи относительности принятой въ полномъ ея объемѣ, или возникли въ тѣсной съ нею связи. Они не относятся къ «парадоксамъ», но всѣ они коренньмъ образомъ мѣняютъ наши основныя представленія и построенное на нихъ міровозрѣніе.

1. Эфиръ не существуетъ.

2. Отъ законовъ движенія, данныхъ Ньютономъ (т. I), слѣдуетъ отказаться, а потому и почти отъ всей Ньютоновской механики, которою жила и питалась физика въ теченіе двухъ столѣтій. Эти законы представляютъ лишь первыя приближенія къ дѣйствительнымъ, гораздо болѣе сложнымъ законамъ.

3. Понятіе о пространствѣ, отдѣльно взятое, не имѣетъ никакого смысла. Только совокупность пространства и времени представляетъ реальность.

4. Никакая относительная скорость не можетъ превышать скорости свѣта *c*. Это относится какъ къ движущимся тѣламъ, такъ и къ распространяющимся сигналамъ. Скорость *c* играетъ, такимъ образомъ, въ нашемъ мірѣ совершенно исключительную роль; это—величина предѣльная; ее можно назвать критическою скоростью.

5. Энергія обладаетъ инертною массою; она аналогъ матеріи и возможны превращенія того, что мы называемъ массою вѣсомой матеріи, въ массу энергіи и обратно.

6. Энергія можетъ имѣть самостоятельное существованіе, независимо отъ какого-либо матеріальнаго, въ самомъ общемъ смыслѣ слова, субстрата. Она можетъ испускаться и поглощаться тѣлами и распространяться въ пространствѣ, которое абсолютно пусто въ самомъ буквальномъ смыслѣ слова.

7. Энергія можетъ имѣть атомное строеніе. Это относится, прежде всего, къ лучистой энергіи (см. одну изъ слѣдующихъ главъ). Пункты 5 и 6, вмѣстѣ взятые, представляютъ возвращеніе къ теоріи истеченія (къ теоріи Ньютона), хотя и въ измѣненной формѣ.

8. Слѣдуетъ отличать геометрическую форму тѣла отъ его кинематической формы. Выяснимъ это положеніе и, кстати, введемъ тѣ обозначенія, которыми мы далѣе будемъ пользоваться. Допустимъ, какъ прежде, что имѣются двѣ

системы S и S'; въ каждой изъ нихъ расположены координатныя оси. Координаты и время въ S суть x, y, z, t, въ S' они x', y', z', t'. Начала координатныхъ осей O и O' совпадаютъ въ моментъ, когда въ нихъ $t = t' = 0$; оси x и x' совпадаютъ, оси y и y', а также z и z' другъ другу параллельны. Системы обладаютъ прямолинейнымъ и равномѣрнымъ, относительнымъ движеніемъ по направленію осей x и x'. Скорость системы S' относительно S равна $+v$; скорость системы S относительно S' равна $-v$. Положимъ, что въ системѣ S' находится покоющееся въ ней тѣло P, точки котораго въ S' обозначимъ черезъ M'. Совокупность точекъ M' въ S' и даетъ геометрическую форму тѣла P въ S', воспринимаемую наблюдателемъ въ S'. Въ любой моментъ времени t (системы S) точки M' совпадаютъ съ опредѣленными точками M системы S. Совокупность этихъ точекъ M въ S и даетъ кинематическую форму тѣла P въ S, воспринимаемую наблюдателемъ въ S. Весьма важно замѣтить, что всѣ точки M' находятся въ точкахъ M въ одно и то же время t для наблюдателя въ S, но въ неодинаковыя времена t' для наблюдателя въ S'.

Переходимъ, наконецъ, къ болѣе точной формулировкѣ основъ теоріи Einstein'а. Повторимъ еще разъ, что не удалось путемъ опытовъ обнаружить прямолинейнаго и равномѣрнаго движенія земли черезъ эфиръ. Сущность теоріи Einstein'а заключается въ замѣнѣ словъ «не удалось» словами «**Не можетъ удасться**». По существу эта замѣна совершенно измѣняетъ смыслъ и значеніе приведенныхъ словъ.

«**Не удалось**»—это исторически сложившійся фактъ, это неожиданный результатъ многочисленныхъ опытныхъ изслѣдованій. Этотъ фактъ можно постараться объяснить, напр., путемъ введенія какихъ либо новыхъ гипотезъ, вродѣ гипотезы Fitzgerald'а и Lorentz'а.

«**Не можетъ удасться**»—это апріорно выставленная аксіома, это постулатъ, положенный въ основу новаго міровозрѣнія. Ни о какомъ его доказательствѣ, ни о какой попыткѣ его объясненія не можетъ быть и рѣчи. Принявъ его, мы должны на немъ, какъ на главномъ фундаментѣ, построить физику; мы должны постараться вывести всевозможныя вытекающія изъ него слѣдствія, и, если это ока-

жется возможнымъ, провѣрить на опытахъ справедливость полученныхъ выводовъ.

Einstein построилъ свое ученіе на двухъ постулатахъ. Первый изъ нихъ мы можемъ такъ формулировать: Міръ, въ которомъ мы живемъ, такъ устроенъ, что никакими наблюденіями, произведенными въ произвольной системѣ S, напр., на землѣ, нельзя обнаружить прямолинейнаго и равномѣрнаго движенія этой системы, и тѣмъ болѣе, нельзя опредѣлить скорости этого движенія.

Иначе выражаясь: Законы явленій, происходящихъ въ любой системѣ, не зависятъ отъ этой системы, если только она не обладаетъ ускореніемъ.

Между величинами x, y, z, t въ S и величинами x', y', z', t' въ S' существуетъ связь, зависящая отъ относительной скорости v системъ S и S'.

Формулы, выражающія законы явленій въ S, не мѣняютъ своего вида, если перейти къ S', преобразовывая ихъ путемъ введенія x', y', z', t' вмѣсто x, y, z, t.

Принципъ относительности Einstein'а представляетъ обобщеніе принципа относительности Ньютона, относящагося къ чисто механическимъ явленіямъ, на всѣ вообще физическія явленія, включая сюда и явленія электромагнитныя.

Второй постулатъ Einstein'а гласитъ: Гдѣ и при какихъ бы условіяхъ ни измѣрялась скорость свѣта, для нея всегда получается одна и та же численная величина c.

Это означаетъ, во первыхъ, что наблюдатели въ S и въ S' получаютъ одинаковую величину c. Положимъ, во вторыхъ, что A и B двѣ точки одной и той же системы S. Время (этой системы) распространенія свѣта отъ A до B равно времени распространенія свѣта отъ B до A, каково бы ни было неускоренное движеніе системы S.

Второй постулатъ даетъ возможность установить понятіе объ одновременности двухъ событій, происходящихъ въ двухъ точкахъ A и B одной и той же системы S. Положимъ, что $AB=l$ и что въ моментъ, когда совершается какое либо событіе въ A, выходитъ

изъ A свѣтовой сигналъ. Если онъ приходитъ въ B спустя время $l:c$ послѣ того какъ въ B совершилось другое событіе, то для системы S событія въ A и B происходили одновременно, т. е. въ одно и то же время t.

Второй постулатъ приводитъ еще къ такому выводу. Положимъ, что въ S и S' находятся наблюдатели A и A', и что въ моментъ, когда они находятся въ одномъ и томъ же мѣстѣ (рядомъ), въ этомъ мѣстѣ производится свѣтовой сигналъ, распространяющійся во всѣ стороны. Надо бы ожидать, что «покоющійся» наблюдатель найдетъ, что онъ неизмѣнно остается въ центрѣ той сферы, до точекъ которой въ данный моментъ дошелъ сигналъ; но наблюдатель, „движущійся со скоростью v“, замѣчаетъ, что онъ окруженъ сферою, радіусъ которой увеличивается со скоростью c, между тѣмъ какъ центръ сферы отодвигается отъ него со скоростью v. Второй постулатъ приводитъ къ парадоксальному результату, что оба наблюдателя неизмѣнно находятся, каждый отдѣльно, въ центрѣ расширяющагося шара, какова бы ни была относительная скорость v наблюдателей, напр. и въ случаѣ $v=0{,}99\,c$. Этотъ парадоксъ является слѣдствіемъ того, что наши два наблюдателя пользуются различнымъ счетомъ времени.

Мы указали, что Einstein вводитъ два постулата. Однако, Planck (Sechs Vorlesungen и т. д., 1910) Кордышъ (1911), Игнатовскій (v. Ignatowsky, 1911), Franck и Rothe (1911) и др., полагаютъ возможнымъ ограничиться однимъ первымъ постулатомъ, разсматривая второй какъ частный случай, или какъ прямое слѣдствіе перваго.

Переходимъ къ выводу основныхъ формулъ принципа относительности: это тѣ формулы, которыя связываютъ величины x, y, z, t системы S съ величинами x', y' z', t' системы S'. Расположеніе осей двухъ системъ было указано Выводъ формулъ основанъ на слѣдующихъ положеніяхъ:

1. x', y', z', t' суть линейныя функціи отъ x, y, z, t. Другая, болѣе сложная зависимость приводитъ къ противорѣчивымъ результатамъ, какъ доказалъ, напр., Кордышъ (1911). Можно ожидать, что при малыхъ $v:c$ эти функціи примутъ видъ (4), такъ какъ мы знаемъ, что всѣ выводы, основанные на (4), оправдываются на дѣлѣ.

2. Коеффиціенты линейныхъ зависимостей могутъ быть только функціями относительной скорости v.

3. Величины x, y, z, t должны выражаться тѣми же самыми линейными функціями отъ x', y', z', t', съ тою только разницею, что въ коэффиціентахъ стоитъ $-v$ вмѣсто $+v$.

4. Второй постулатъ даетъ намъ слѣдующее. Представимъ себѣ, что въ моментъ, когда начала координатъ O и O' совпадаютъ, выпускается изъ нихъ свѣтовой сигналъ. Наблюдатели въ S и S' замѣчаютъ одинаковую скорость c свѣта; поэтому мы имѣемъ $x^2+y^2+z^2=c^2t^2$ и $x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$. Первый постулатъ говоритъ, что при переходѣ отъ S къ S' или обратно, формулы, выражающія законы явленій, не мѣняютъ своего вида. Это даетъ намъ тождество

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=x^2+y^2+z^2-c^2t^2 \quad . \; . \; . \quad (19)$$

5. Установленное нами взаимное расположеніе координатныхъ осей показываетъ, что плоскости xz и xy постоянно совпадаютъ съ плоскостями $x'z'$ и $x'y'$. Отсюда слѣдуетъ, что мы имѣемъ сопряженныя выраженія:

при всѣхъ y и z . . . $x'=0$ и $x=vt$ . . . (20)

» » x, z и t . . . $y'=0$ и $y=0$ . . . (20a)

» » x, y и t . . . $z'=0$ и $z=0$ . . . (20b)

Положеніе 1 показываетъ, что мы имѣемъ 16 коэффиціентовъ, которые суть функціи отъ v. Однако, остальныя положенія уменьшаютъ, прежде всего, ихъ число до семи, а затѣмъ до трехъ. Формулы (20a) и (20,b) показываютъ, что x' не зависитъ отъ y и z, что y' не зависитъ отъ x, z и t, и что z' не зависитъ отъ x, y и t. Кромѣ того связь между y и y' должна быть одинакова со связью между z и z', такъ какъ направленіе осей y и z произвольное и онѣ могутъ обмѣняться мѣстами. Остаются семь коэффиціентовъ:

$$x'=bx+ht \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

$$y'=ay \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21a)$$

$$z'=az \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21b)$$

$$t'=kx+py+qz+nt \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21c)$$

Пусть $a=\varphi(v)$, такъ что $y'=\varphi(v)y$; связь отъ знака v не зависитъ, а потому $\varphi(v)=\varphi(-v)$. Положеніе 3 даетъ $y=$

$= \varphi(-v)\,y'$, такъ что $y = \varphi(v).\varphi(-v)\,y$, т. е. $\varphi(v).\varphi(-v) = 1$. Ясно, что $\varphi(v) = a = 1$, такъ что

$$\left.\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Далѣе (20) даетъ $bx + ht = b\left(x + \frac{h}{b}\,t\right) = v$ при $x = vt$; слѣд. $h = -bv$, т. е.

$$x' = b\,(x - vt). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20a)$$

Подставимъ (21c), (22) и (22a) въ (19); получается

$$b^2\,(x - vt)^2 + y^2 + z^2 + c^2\,(kx + py + qz + nt)^2 = x^2 + \\ + y^2 + z^2 - c^2\,t^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22b)$$

Здѣсь y^2 и z^2 сокращаются; съ правой стороны нѣтъ членовъ, содержащихъ xy, x, y, yt и t, потому $p = q = 0$. Остается

$$b^2\,x^2 - 2\,b^2\,vxt + b^2\,v^2\,t^2 - c^2\,k^2\,x^2 - 2\,c^2\,knxt - \\ - c^2\,n^2\,t^2 = x^2 - c^2\,t^2. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22c)$$

Въ (22a) и (22c) остались три коеффиціента b, n и k. Выраженіе (22c) должно быть тождествомъ; сравнивая коеффиціенты при x^2, xt и t^2, получаемъ какъ разъ три уравненія

$$b^2 = c^2\,k^2 + 1 \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

$$b^2\,v = -c^2\,kn \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23a)$$

$$b^3\,v^2 = c^2\,n^2 - c^2. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23b)$$

(23a) даетъ

$$k = -\frac{b^2\,v}{c^2\,n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23c)$$

Вставивъ (23c) въ (23), получаемъ

$$n^2 = \frac{b^4\,v^2}{c^2\,(b^2 - 1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23d)$$

Это мы вставляемъ въ (23b); получается, см. (8a)

$$b = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\beta}. \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

Затѣмъ (23*d*) и (23*c*) даютъ

$$\left.\begin{aligned} n &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^3}{c^2}}} = \frac{1}{\beta} \\ k &= -\frac{v^2}{c^2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\beta}\frac{v}{c^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (24a)$$

Вставляя, наконецъ (24) и (24*a*) въ (22*a*) и (21*c*), гдѣ $p=q=0$, и присоединяя (22), получаемъ **знаменитыя формулы преобразованія Lorentz'а** (см. конецъ § 3).

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{1}{\beta}(x-vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{1}{\beta}\left(t-\frac{vx}{c^2}\right) \\ \beta &= \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

Эти формулы составляютъ основу теоріи относительности Einstein'а. Онѣ вызываютъ, прежде всего, слѣдующія замѣчанія.

1. Когда v весьма мало сравнительно съ c, мы имѣемъ $\beta=1$ и (25) превращаются въ (4) стр. 353, т. е. *преобразованія Lorentz'а переходятъ въ преобразованія Ньютона.*

2. Если рѣшить (25) относительно x, y, z и t, то получается

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{\beta}(x'+vt') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{1}{\beta}\left(t'+\frac{vx'}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (25a)$$

Такимъ образомъ положеніе 3 (стр. 370), которымъ мы уже воспользовались при выводѣ равенствъ (22), оказывается удовлетвореннымъ. *Системы S и S' играютъ совершенно*

одинаковую роль; ни одна изъ нихъ не имѣетъ преимущества передъ другой. Переходъ зависитъ исключительно только отъ ихъ относительной скорости $\pm v$.

3. Сущность дѣла заключается въ первой и четвертой изъ формулъ (25), т. е.

$$x' = \frac{1}{\beta}(x - vt) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25b)$$

$$t' = \frac{1}{\beta}\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25c)$$

Эти двѣ формулы и составляютъ тотъ фундаментъ, на которомъ построено огромное новое ученіе, построена новая физика, и изъ котораго вытекаютъ всѣ тѣ удивительныя, отчасти парадоксальныя слѣдствія, которыми такъ богато это ученіе. Надо стараться вдуматься въ эти двѣ формулы, освоиться съ ними, тщательно вытравляя изъ своихъ мыслей все то, къ чему мы привыкли, и что намъ кажется очевиднымъ. Такъ какъ координаты y и z никакой особой роли не играютъ, то проще всего разсматривать только точки $y = 0$, $z = 0$, лежащія на совпадающихъ осяхъ Ox и $O'x'$, причемъ O и O' обладаютъ относительною скоростью $\pm v$.

Формула (25b) означаетъ слѣдующее. Въ нѣкоторый моментъ точки M и M' системъ S и S' совпадаютъ. Наблюдатель A въ S находитъ что разстояніе $OM = x$ и заключаетъ, что разстояніе $O'M' = x - vt$, такъ какъ $OO' = vt$. Но наблюдатель A' въ S' измѣряетъ разстояніе $O'M'$ и находитъ его равнымъ x', т.-е. въ $1:\beta$ раза больше. Это слѣдуетъ принять, какъ фактъ, не подлежащій ни объясненію, ни даже разъясненію, какъ свойство міра, въ которомъ мы живемъ.

Несравненно парадоксальнѣе формула (25c). Когда O и O' совпадали, мы имѣли въ точкахъ $x = 0$ и $x' = 0$ времена $t = 0$ въ S, и $t' = 0$ въ S'. Наблюдатель A_0 въ O ($x = 0$) полагаетъ, что когда во время t точка M'_0 системы S' совпадаетъ въ O, то и наблюдатель A'_0 въ M'_0 имѣетъ время t. Въ дѣйствительности онъ имѣетъ время $t' = t:\beta$.

Далѣе, наблюдатели A_1, A_2, $A_3 \ldots$ въ S полагаютъ, что когда въ точкахъ M_1, M_2, $M_3 \ldots$, въ которыхъ они находятся, имѣется одинаковое время t, то и въ точкахъ M'_1, M'_2, $M'_3 \ldots$ системы S', которыя одновременно (время t въ S) совпадаютъ съ M_1, M_2, $M_3 \ldots$, имѣется, по крайней мѣрѣ, одина-

ковое время. Въ дѣйствительности и это невѣрно: наблюдатели A_1, A'_2, A'_3... въ M'_1, M'_2, M'_3... имѣютъ различныя времена t', зависящія отъ разстояній $OMi - x$ и опредѣляемыя формулою (25c). Чѣмъ дальше Mi отстоитъ отъ O, тѣмъ болѣе отличается время t' въ $M'i$ отъ времени t въ Mi. Наблюдатели $A'i$ полагаютъ, по этому, что ихъ точки $M'i$ неодновременно совпадаютъ съ точками Mi. Этимъ фактомъ наиболѣе ясно иллюстрируется утвержденіе, что абсолютнаго времени не существуетъ, и что каждая изъ системъ S и S' имѣетъ свое особое время.

§ 5. Слѣдствія, вытекающія изъ принципа относительности. Въ этомъ параграфѣ мы приведемъ нѣкоторыя изъ важнѣйшихъ слѣдствій принципа относительности, далеко не исчерпывая даже перечня вопросовъ, относящихся къ этой необъятной области.

I. Предѣльная скорость. Относительная скорость v двухъ системъ никогда не можетъ превышать скорости c свѣта въ пустотѣ, которая есть предѣльная относительная скорость. Дѣйствительно, при $v > c$ величина β въ (25) дѣлается мнимою, и даже случай $v = c$ приводитъ къ результатамъ, явно невозможнымъ. Мы укажемъ ниже, что и сигналы не могутъ распространятся относительно какой бы то ни было системы со скоростью, которая превышаетъ c.

II. Эфиръ. Въ настоящее время (1912) вопросъ о существованіи эфира является однимъ изъ самыхъ жгучихъ. Борьба за и противъ существованія эфира ведется сильная, иногда рѣзкая. Противъ эфира высказывались Einstein, Planck, Laue, Corbino, Campbell и др., за него Lorentz, Гольдгаммеръ, Wiechert, Lenard, Helm, Weinstein и др. Ясно, что нельзя допустить существованія эфира, если принять принципъ относительности во всемъ его объемѣ, т.-е., прежде всего, считать несуществующими абсолютный покой и абсолютное движеніе, и даже самыя эти понятія считать неимѣющими смысла. Другое дѣло, если, принявъ постулаты Einstein'а, считать ихъ какъ выраженія свойствъ нашего міра, включая сюда и эфиръ, а можетъ быть и нашей психики, поскольку отъ нея зависитъ наша воспріимчивость представленій о пространствѣ и времени. Helm (1911) показалъ, что допущеніе эфира, какъ основного и даже единственнаго субстрата, въ которомъ электроны, а слѣд. и матерія, построенная изъ электроновъ, представляетъ мѣста, на-

ходящіяся въ особомъ состояніи («узлы»), непосредственно приводитъ къ принципу относительности.

Здѣсь будетъ умѣстнымъ упомянуть, что Witte доказалъ путемъ весьма глубокаго и исчерпывающаго анализа, что свойства электромагнитнаго поля ни при какихъ добавочныхъ гипотезахъ не могутъ быть объяснены при помощи обычной механики, если допустить существованіе эфира сплошного. Допущеніе же эфира, обладающаго атомнымъ строеніемъ, онъ считаетъ непріемлемымъ.

III. Результаты опытовъ. Отрицательные результаты опытовъ, описанныхъ въ § 3, не требуютъ никакого объясненія, если принять теорію относительности. Наоборотъ, положительный результатъ противорѣчилъ бы его основнымъ постулатамъ.

IV. Длина и объемъ. На стр. 368 мы уже указали, что слѣдуетъ отличать геометрическую форму тѣла отъ кинематической. Положимъ, что въ системѣ S' находится покоющійся въ ней стержень, длина l' котораго совпадаетъ съ осью Ox'. Концы его M'_1, и M'_2 имѣютъ абсциссы x'_1 и x'_2, такъ что $x'_2 - x'_1 = l$ представляетъ геометрическую длину стержня, измѣряемую наблюдателемъ A' въ S'. Два наблюдателя A_1 и A_2 въ S отмѣчаютъ точки M_1 и M_2, съ которыми концы M'_1 и M'_2 въ одно и то же время t совпадаютъ. Если абсциссы точекъ M_1 и M_2 суть x_1 и x_2, то $x_2 - x_1 = l$ представляетъ кинематическую длину стержня, измѣренную наблюдателями въ S. Первая изъ формулъ (25) даетъ

$$x'_2 - x'_1 = \frac{1}{\beta}(x_2 - x_1)\,;\; l' = \frac{1}{\beta} l,$$

или

$$l = \beta l' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Кинематическая длина меньше геометрической. Положимъ, теперь, что другой стержень $N_1N_2 = l$ покоится въ S, причемъ $x_2 - x_1 = l$. Два наблюдателя A'_1 и A'_2 въ S' отмѣчаютъ въ одно и то же время t', что точки N_1 и N_2 совпадаютъ съ точками N'_1 и N'_2, абсциссы которыхъ x'_1 и x'_2. Тогда $l = x_2 - x_2$ есть геометрическая (въ S), а $l' = x'_2 - x'_1$ кинематическая (въ S') длина стержня; (25,a) даетъ

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\beta}(x'_2 - x'_1)\,;\; l = \frac{1}{\beta} l',$$

или

$$l' = \beta l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26,a)$$

Формулы (26) и (26,a) отнюдь не противорѣчатъ другъ другу, такъ какъ счетъ времени t' иной, чѣмъ счетъ времени t. Стержень, покоющійся въ одной системѣ, всегда кажется укороченнымъ, если его длину измѣрять съ другой системы, движущейся относительно первой. Способъ измѣренія ясенъ изъ предыдущаго. Укороченіе, которое опредѣляется формулами (26) и (26a) съ точностью соотвѣтствуетъ гипотезѣ Fitzgerald'a и Lorentz'a, которую мы выразили формулою (16) а именно,

$$l' = \beta l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26,b)$$

Разница однако большая. Въ (26b) l есть длина стержня абсолютно покоющагося (въ эфирѣ), l' его фактическая длина, когда онъ движется въ эфирѣ. Между тѣмъ формулы (26) и (26a) опредѣляютъ кажущееся укороченіе, получаемое наблюдателями, движущимися относительно стержня. Длины l' въ (26) и l въ (26a) какъ бы аналогичны l въ (26b); l въ (26) и l' въ (26a) аналогичны l' въ (26b). Но l' въ (26) и l въ (26a) относятся къ относительному покою, между тѣмъ, какъ l въ (26b) относится къ абсолютному покою.

Стержень, перпендикулярный къ v обладаетъ одинаковою геометрическою и кинематическою длиною, какъ это видно изъ (25) и (25a).

Покоющійся въ S' шаръ кажется для наблюдателя въ S сплюснутымъ эллипсоидомъ вращенія (эллипсоидомъ Heaveside'a). Ось вращенія, параллельная v, въ β разъ меньше діаметра экваторіальнаго сѣченія. По мѣрѣ того, какъ v приближается къ c, длина оси вращенія приближается къ нулю. При $v = c$ кинематическая фигура геометрическаго шара превращается въ плоскій кругъ.

Если V' объемъ тѣла, покоющагося въ S', то объемъ V, измѣренный наблюдателями въ S, равенъ

$$V = \beta V' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26,c)$$

Кинематическій объемъ меньше геометрическаго. Это легко понять, если, напр., разсмотрѣть параллелопипедъ, ребра котораго параллельны координатнымъ осямъ.

V. Относительная скорость. Переходимъ къ одному изъ парадоксальнѣйшихъ слѣдствій теоріи относительности; оно относится къ сложенію скоростей. Положимъ, что нѣкоторая точка M' движется въ системѣ S' прямолинейно и равномѣрно со скоростью v', слагаемыя которой по осямъ x', y', z' обозначимъ черезъ v'_x, v'_y, v'_z, и что во время $t'=0$ она находилась въ O'. Тогда

$$x'=v'_x t', \qquad y'=v'_y t', \qquad z'=v'_z t' \quad . \; . \; . \quad (27)$$

Наблюдатель A' въ S' измѣряетъ всѣ входящія сюда величины. Наблюдатель A въ S видитъ эту точку въ каждый моментъ t совпадающею съ нѣкоторою точкою M системы S; скорость точки M въ S обозначимъ черезъ u, ея слагаемыя по осямъ x, y, z черезъ u_x, u_y, u_z. Тогда

$$x=u_x t, \qquad y=u_y t, \qquad z=u_z t \quad . \; . \; . \; . \quad (27,a)$$

Такъ какъ S' движется относительно S' со скоростью v вдоль оси x, то мы въ правѣ ожидать, что

$$u_x=v'_x+v, \qquad u_y=v'_y, \qquad u_z=v'_z \quad . \; . \quad (27,b)$$

и что u есть векторіальная сумма скоростей v и v'. Если v' составляетъ уголъ a' съ осью x', т.-е. съ v', то ожидается, что

$$u^2=v^2+v'^2+2vv'\cos a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (27,c)$$

Введемъ, однако, въ (27) вмѣсто x', y', z', t' ихъ выраженія (25). Вмѣсто $x'=v'_x t'$ мы получаемъ

$$\frac{1}{\beta}(x-vt)=v'_x\cdot\frac{1}{\beta}\left(t-\frac{xv}{c}\right)$$

Отсюда

$$x=\frac{v+v'_x}{1+\frac{vv_x'}{c^2}}\,t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (27,d)$$

Вмѣсто $y'=v_y't'$ имѣемъ

$$y=v_y'\cdot\frac{1}{\beta}\left(t-\frac{vx}{c^2}\right).$$

Вставивъ сюда x изъ $(27d)$, получаемъ

$$y=\frac{\beta v_y'}{1+\frac{vv_x'}{c^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (27,e)$$

и аналогичную формулу для z. Сравнивъ ($27d$) и ($27e$) съ ($27a$), мы находимъ классическія формулы сложенія скоростей:

$$u_x = \frac{v + v_{x'}}{1 + \frac{v v_{x'}}{c^2}} \quad \ldots \ldots \ldots (28)$$

$$u_y = \frac{\beta v_{y'}}{1 + \frac{v v_{x'}}{c^2}} \quad \ldots \ldots \ldots (28,a$$

$$u_z = \frac{\beta v_{z'}}{1 + \frac{v v_{x'}}{c^2}} \quad \ldots \ldots \ldots (28,b)$$

вмѣсто ожидавшихся формулъ ($27b$). Повернемъ оси такъ, чтобы v' лежало въ плоскости $x'O'y'$; тогда $v_{z'} = 0$ и $u_z = 0$. Пусть a' уголъ между v' и $O'x'$, измѣряемый въ системѣ S'; тогда $\cos a' = v'_x : v$ и $\sin a' = v_{y'} : v$. Такъ какъ v'^2 и u^2 равны суммѣ квадратовъ своихъ слагаемыхъ, то (28) и ($28a$) легко даютъ

$$u^2 = \frac{v^2 + v'^2 + 2v v' \cos a' - \left(\frac{v v' \sin a'}{c^2}\right)^2}{\left(1 + \frac{v v' \cos a'}{c^2}\right)^2} \quad \ldots (28,c)$$

вмѣсто ожидавшейся формулы ($27c$).

Правило паралеллограмма скоростей даетъ для угла a_0 между u и Ox извѣстную формулу

$$\operatorname{tg} a_0 = \frac{v' \sin a'}{v + v' \cos a'} \quad \ldots \ldots \ldots (28,d)$$

Между тѣмъ уголъ a между u и Ox, измѣренный въ системѣ S, опредѣляется формулою, см. (28) и $28a$),

$$\operatorname{tg} a = \frac{u_y}{u_x} = \frac{\beta v_{y'}}{v + v_{z'}} = \frac{\beta v' \sin a'}{v + v' \cos a'},$$

т.-е.

$$\operatorname{tg} a = \beta \operatorname{tg} a_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (29)$$

Этою формулою наиболѣе наглядно иллюстрируется непримѣнимость правила параллелограмма скоростей. Когда $a' = 90^0$, т.-е. $v' \perp v$, то

$$u^2 = v^2 + v'^2 - \left(\frac{v v'}{c^2}\right)^2 \quad \ldots \ldots (29,a)$$

Если въ то же время $v = v'$, слѣд. ожидаемый $a_0 = 45^0$ и

$\operatorname{tg} \alpha_0 = 1$, получается $\operatorname{tg} \alpha = \beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Особенный интересъ представляетъ случай, когда v' имѣетъ направленіе Ox'; тогда $v_{x'} = v'$, $v_{y'} = v_{z'} = u_y = u_z = 0$ и слѣд. $u_x = u$; ожидается

$$u = v + v' \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29,b)$$

Но (28) даетъ

$$u = \frac{v + v'}{1 + \frac{vv'}{c^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (30)$$

Этою формулою совершенно уничтожается обычное представленіе объ относительной скорости. Когда корабль движется вдоль берега со скоростью v и на его палубѣ движется предметѣ, по тому же направленію, со скоростью v', то скорость этого предмета, измѣренная наблюдателемъ на берегу, не равна $v + v'$, но опредѣляется формулою (30)! Величина u никогда не превышаетъ c, хотя бы v и v' были произвольно близки къ c. Положимъ $v = (1 - \alpha)c$, $v' = (1 - \alpha')c$, гдѣ α и α' произвольно малыя дроби; (30) даетъ

$$u = \frac{2 - \alpha - \beta}{2 - \alpha - \beta + \alpha\beta} c < c \quad \ldots \ldots \quad (30,a)$$

Положимъ въ (30) $v = c$; получается $u = c$! Какую бы мы скорость v' не прибавили къ скорости c, въ результатѣ получается c. Скорость c играетъ въ физикѣ ту же предѣльную роль, какую безконечность играетъ въ математикѣ. Даже если $v = c$ и $v' = c$, мы получаемъ изъ (30), что $u = c$. Итакъ: въ S движется точка O' вдоль Ox со скоростью $v = c$, т.-е. наблюдатель A въ S находитъ во время t для абсциссы точки O' величину $x = ct$. Далѣе, въ S' движется точка M' вдоль $O'x'$ со скоростью c, т.-е. наблюдатель A' въ S' находитъ во время t' абсциссу точки M' равною $x = ct'$. Тѣмъ не менѣе наблюдатель A въ S находитъ что во время t абсцисса точки M' равна $x = ct$, т.-е. что она совпадаетъ съ O'! «Объясненіе» нужно искать въ томъ, что въ (25) величина β дѣлается равною нулю. Это еще не все: если $v = c$ и v', имѣя произвольное значеніе составляетъ въ S' произвольный уголъ α' съ осью $O'x'$ (хотя бы $\alpha' = 90^0$), то все-таки $u = u_x = c$, $u_y = u_z = 0$, т.-е. M' кажется наблюдателю A (въ S) неподвижно совпадающимъ съ O!

Весьма интересно, что (30) непосредственно приводитъ къ формулѣ (7*a*) выражающей результатъ знаменитаго опыта Fizeau, Вода (S') течетъ относительно наблюдателя A (въ S) со скоростью v. Лучъ распространяется въ S' со скоростью $v' = c : n$, гдѣ n показатель преломленія воды. Наблюдатель A въ S получаетъ скорость луча $u = c'$. Подставимъ эти величины въ (30); получаемъ, въ виду того, что v весьма мало сравнительно съ c,

$$c' = \frac{v + \frac{c}{n}}{1 + \frac{v}{cn}} = v + \frac{c}{n}\left(1 - \frac{v}{cn}\right) = \frac{c}{n} + \frac{n^2 - 1}{n^2} v,$$

т. е. формулу (7*a*), которая оказывается лишь приближенною: при огромныхъ v ее пришлось бы замѣнить приведенною точною формулою для c'. Наблюдатель A', который сталъ бы внутри произвольно быстро движущейся воды опредѣлять скорость v' свѣта, нашелъ бы для нея величину $v' = c : n$.

Einstein, Laue и др. доказали, что для наблюдателя A въ S не только скорость тѣла, но и скорость какого бы то ни было сигнала не можетъ превышать величины c. Въ т. II (Лучистая энергія), гл. VI, § 9 и гл. VII § 21 мы видѣли, что бываютъ случаи, когда показатель преломленія $n < 1$, и слѣд. скорость свѣта $c' > c$. Однако Sommerfeld (1907) разъяснилъ и это кажущееся противорѣчіе выводу теоріи относительности.

Въ предыдущемъ мы обстоятельно изложили сперва тѣ соображенія и факты, которые привели къ новой теоріи, а затѣмъ и основы этой теоріи и нѣкоторые изъ нея выводы. Въ дальнѣйшемъ мы должны ограничиться болѣе краткимъ обзоромъ другихъ результатовъ; мы сосредоточимся на разъясненіяхъ, опуская выводы.

VI. Принципъ Допплера. Аберрація. Въ т. I мы познакомились съ принципомъ Допплера и вывели формулу

$$n_1 = n \frac{V + u}{V - u'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

въ которой n число колебаній въ единицу времени источника Q (звукового или свѣтового), V скорость распространенія колебаній въ передающей средѣ (напр. воздухъ, эфиръ), u скорость наблюдателя A по направленію къ Q, u' скорость источника Q по направленію къ A, такъ что положительныя u и u' соотвѣтствуютъ взаимному приближенію источника Q и наблюда-

теля A; наконецъ n_1 число колебанiй воспринимаемыхъ наблюдателемъ. Мы теперь нѣсколько видоизмѣнимъ обозначенiя. Вмѣсто V вставимъ c. Далѣе мы примемъ AQ за положительное направленiе всякой скорости. Пусть v скорость наблюдателя, имѣющая направленiе продолженной прямой QA; тогда въ (31) $u = -v$, скорость источника (отъ Q къ A) обозначимъ черезъ $v' = u'$. Вмѣсто n_1 напишемъ n_0. Тогда (31) принимаетъ видъ

$$n_0 = n\frac{c-v}{c-v'} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (31,a)$$

Какъ видно v и v' играютъ различную роль. Когда v и v' очень малы сравнительно съ c, мы получаемъ, вводя относительную скорость $u = v - v'$,

$$n_0 = n\left(1 - \frac{u}{c}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (31,b)$$

Въ теорiи относительности не имѣетъ смысла говорить о скоростяхъ v и v', какъ о величинахъ абсолютныхъ, и въ особенности объ одновременныхъ скоростяхъ v и v', если не вводить, кромѣ системъ S и S', которымъ принадлежатъ Q и A, еще третью систему S'', относительно которой движутся Q и A, что составило бы ненужное усложненiе. Мы должны отличать два случая, которые разсмотримъ, вводя нѣкоторое обобщенiе.

A. Въ системѣ S находится источникъ Q и въ этой системѣ скорость v наблюдателя A составляетъ съ продолженiемъ прямой QA уголъ φ. Въ такомъ случаѣ оказывается, что

$$n_1 = n\frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = n\frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\beta} \quad \ldots \quad (32)$$

При $\varphi = 0$ имѣемъ

$$n_1 = \frac{n}{\beta}\left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (32,a)$$

между тѣмъ какъ (31,a) даетъ

$$n_0 = n\left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (32,b)$$

B. Въ системѣ S' находится наблюдатель A' и въ этой системѣ скорость v' источника Q составляетъ съ прямой QA уголъ φ'. Въ этомъ случаѣ

$$n_1 = n \frac{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}{1 - \frac{v'}{c}\cos\varphi'} = \frac{n\beta'}{1 - \frac{v'}{c}\cos\varphi'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (33)$$

При $\varphi' = 0$ имѣемъ

$$n_1 = \frac{n\beta'}{1 - \frac{v'}{c}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (33,a)$$

между тѣмъ, какъ (31,a) даетъ

$$n_0 = \frac{n}{1 - \frac{v'}{c}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (33,b)$$

Ясно, что при малыхъ v или v' мы получаемъ формулы, одинаковыя съ (31,b), гдѣ u равно v или v'. Интересно сравнить (32,a) и (33,a) съ (31,a).

1. При $v = c$ имѣемъ $n_0 = 0$ и $n_1 = 0$.

2. При $v' = c$ имѣемъ $n_0 = \infty$ и $n_1 = \infty$.

3. При $v = -c$ (наблюдатель приближается къ источнику со скоростью c) имѣемъ $n_0 = 2n$, но $n_1 = \infty$!

4. При $v' = -c$ (источникъ удаляется отъ наблюдателя со скоростью c) имѣемъ $n_0 = \frac{1}{2}n$, но $n_1 = 0$!

Послѣдніе два случая особенно важны. Но еще важнѣе случай, *когда движенія происходятъ перпендикулярно къ прямой* QA. Старая теорія даетъ $n_0 = n$; «тангенціальная» скорость свѣтилъ не даетъ смѣщенія спектральныхъ линій. Между тѣмъ (32) даетъ при $\varphi = 90^0$.

$$n_1 = \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{n}{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (33,c)$$

Точно также мы получаемъ изъ (33) при $\varphi' = 90^0$.

$$n_1 = n\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^3}} = n\beta' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (33,d)$$

Опытное подтвержденіе послѣднихъ двухъ формулъ имѣло бы огромное значеніе. Можетъ быть оно удастся путемъ изслѣдованія свѣтящихся потоковъ въ разрѣженныхъ газахъ, черезъ которые проходятъ электрическіе разряды.

Съ явленіемъ астрономической аберраціи мы познакомились въ т. II (лучистая энергія, гл. III, § 3). Теорія относительности приводитъ къ слѣдующему результату. Положимъ, что опять въ системѣ S, которой принадлежитъ источникъ Q, скорость v наблюдателя A составляетъ уголъ φ съ продолженіемъ луча (нормали къ волновой поверхности) QA. Въ такомъ случаѣ въ системѣ S', которой принадлежитъ наблюдатель A, продолженіе луча QA составляетъ со скоростью v уголъ φ', который опредѣляется формулою

$$\cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

Отсюда легко получить для угла аберраціи $\alpha = \varphi' - \varphi$

$$\sin\alpha = \frac{\frac{v}{c} - (1-\beta)\cos\varphi}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi} - \sin\varphi \quad \ldots\ldots \quad (34,a)$$

между тѣмъ какъ результатъ элементарной теоріи обычно пишется въ видѣ

$$\sin\alpha_0 = \frac{v}{c}\sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34,b)$$

При $\varphi = 0$ имѣемъ $\alpha_0 = \alpha = 0$; при $\varphi = 90^0$ также

$$\sin\alpha = \sin\alpha_0 = \frac{v}{c}\sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34,c)$$

VII. Электромагнитное поле. Einstein далъ выводъ который мы представимъ въ сокращенномъ видѣ, съ немного измѣненными обозначеніями. Положимъ, что въ системѣ S находится электрическое поле E (X, Y, Z) и магнитное H (L, M, N); ρ плотность электричества, движущагося со скоростью u (u_x, u_y, u_z). Въ такомъ случаѣ уравненія поля могутъ быть написаны, какъ мы видѣли, въ такой формулѣ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{4\pi}{c}u\rho + \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} &= \text{curl } H \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t} &= -\text{curl } E \\ 4\pi\rho &= \text{div } E \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

Система S' движется относительно S со скоростью v по направленію осей Ox и Ox'. Уравненія (25,a) даютъ въ системѣ S' формулы

$$\left.\begin{aligned} \frac{4\pi}{c} u'\rho' + \frac{1}{c}\frac{\partial E'}{\partial t} &= \text{curl } H' \\ \frac{1}{c}\frac{\partial H'}{\partial t} &= -\text{curl } E' \\ 4\pi\rho' &= \text{div } E' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (35,a)$$

E' и H' опредѣляются слагаемыми

$$X' = X;\ Y' = \frac{1}{\beta}\left(Y - \frac{v}{c} N\right);\ Z' = \frac{1}{\beta}\left(Z + \frac{v}{c} M\right) \ldots (35,b)$$

$$L' = L;\ M' = \frac{1}{\beta}\left(M + \frac{v}{c} Z\right);\ N' = \frac{1}{\beta}\left(N - \frac{v}{c} Y\right) \ldots (35,c)$$

$$\rho' = \frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{vu_x}{c^2}\right)\rho \quad \ldots\ldots\ldots (35,d)$$

$$u'x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (35,e)$$

$$u'y = \frac{\beta u_y}{1 - \frac{u_x v}{c^2}};\ u'z = \frac{\beta u_z}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad \ldots\ldots (35,f)$$

Послѣднія три выраженія легко получаются изъ (28), (28,a) и (28,b). Уравненія (35,a) по формѣ тождественны съ (35) и мы получаемъ результатъ: Преобразованія Лоренца не мѣняютъ формы уравненій электромагнитнаго поля. При этомъ мы ρ' принимаемъ равнымъ плотности электричества, а $E'(X', Y', Z')$ и $H'(L', M', N')$ равными напряженіямъ полей въ системѣ S'.

Особенно важны уравненія (35,b) и (35,c). Они показываютъ, что электрическое поле и магнитное поле отдѣльно и безотносительно вовсе не существуютъ. То, что въ одной системѣ является, напр., магнитнымъ полемъ, оказывается въ другой системѣ полемъ электрическимъ. Если въ системѣ S находится только магнитное поле H, въ которомъ движется электронъ, то въ системѣ S', въ которой этотъ электронъ неподвиженъ, на него дѣйствуетъ электрическое поле, слагаемыя котораго равны $X' = 0$, $Y' = -\frac{v}{c} N$ и $Z' = -\frac{v}{c} M$. Einstein показалъ, что спорный вопросъ о мѣстопо-

ложенiи электродвижущей силы при униполярной индукцiи отпадаетъ; все зависитъ отъ той системы, въ которой мы разсматриваемъ это явленiе.

Изъ формулъ (26,c) и (35,d) слѣдуетъ, что величина e электрическаго заряда въ S не мѣняется, если перейти къ системѣ S' т. е.

$$e' = e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \tag{36}$$

VIII. Сила и масса. Положимъ, что въ точкѣ x', y', z' системы S' покоится электронъ e и что въ моментъ времени t_0' (въ S имѣется тамъ, гдѣ онъ находится, время t_0) на него начинаетъ дѣйствовать сила E'. Тогда онъ получаетъ ускоренiе опредѣляемое уравненiями

$$m \frac{\partial^2 x'}{\partial t^2} = eX' \, ; \; m \frac{\partial^2 y'}{\partial t^2} = eY' \, ; \; m \frac{\partial^2 z'}{\partial t^2} = eZ' \quad \ldots \tag{37}$$

гдѣ m масса покоющагося въ S' электрона. Преобразуемъ (37), переходя къ системѣ S, въ которой электронъ обладаетъ при $t = t_0$ начальною скоростью v. Получается

$$\frac{m}{\beta^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = eX \quad \ldots \ldots \ldots \tag{38}$$

$$\frac{m}{\beta} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = e\left(Y - \frac{v}{c} N\right); \; \frac{m}{\beta} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = e\left(Z + \frac{v}{c} M\right) \quad . \tag{38,a}$$

Такъ какъ v параллельно x, то ясно, что $m : \beta^3$ есть то, что мы назвали продольною массою, а $m : \beta$ — поперечною массою. Такимъ образомъ, теорiя относительности приводитъ къ тѣмъ же выраженiямъ двухъ массъ, какъ и теорiя Lorentz'а, между тѣмъ, какъ теорiя Abraham'а дала другiя выраженiя. Мы познакомимся въ одной изъ слѣдующихъ главъ съ опытами Kaufmann'а, Bestelmeyer'а Bucherer'а и Hupka, произведенными для рѣшенiя вопроса о томъ, которыя изъ формулъ соотвѣтствуютъ дѣйствительности. Изъ нихъ опыты Bucherer'а и Hupka говорятъ въ пользу теорiи Lorentz'а, а слѣд. пожалуй и въ пользу теорiи относительности. Однако даже если бы результаты этихъ опытовъ и не подвергались никакимъ сомнѣнiямъ, всетаки въ нихъ нельзя было бы усмотрѣть доказательства безусловной справедливости теорiи относительности, такъ какъ теорiя Lorentz'а приводитъ къ тѣмъ же формуламъ, какъ и послѣдняя.

Einstein обобщаетъ формулы (38) и (38,a) для случая, когда электронъ обладаетъ въ системѣ S, въ данный моментъ, произвольно направленною скоростью

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (38,b)$$

Въ этомъ случаѣ получаются формулы

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{m}{\beta}\frac{\partial x}{\partial t}\right\} = F_x; \quad \frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{m}{\beta}\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = F_y; \quad \frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{m}{\beta}\frac{\partial z}{\partial t}\right\} = F_z \quad . \quad (39)$$

гдѣ

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39,a)$$

$$F_x = e\left\{X + \frac{N}{c}\frac{\partial y}{\partial t} - \frac{M}{c}\frac{\partial x}{\partial t}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39,b)$$

и подобныя же выраженія для F_y и F_z. Векторъ F (F_x, F_y, F_z) назовемъ дѣйствующею на e силою.

Формулы (39) и (39,b) были выведены для электрона, находящагося въ электромагнитномъ полѣ. Но Einstein дѣлаетъ смѣлый шагъ: онъ допускаетъ, что формулы (39) даютъ выраженіе силы и для случая обыкновенной матеріальной системы. Если бы этого не принять, то получился бы результатъ, что основныя уравненія движенія электрона остаются неизмѣнными отъ преобразованія Lorentz'а, между тѣмъ какъ уравненія движенія вѣсомой матеріи не мѣняются отъ преобразованія Ньютона. Итакъ уравненія движенія Ньютоновской механики должны быть замѣнены уравненіями (39), которыя при весьма маломъ $v:c$, т. е. $\beta = 1$, превращаются въ уравненія Ньютона. Такимъ образомъ Einstein, а также Wien, положили новыя электромагнитныя основы механики, съ которою связано и новое міровоззрѣніе: Не механика (Ньютоновская) должна лежать въ основѣ міропониманія, не къ ней должно быть сведено объясненіе явленій, въ томъ числѣ и электромагнитныхъ, но наоборотъ, законы электромагнитныхъ явленій должны представлять первоначальный фундаментъ и на нихъ должна быть построена механика окружающей насъ матеріи. Planck (1907) показалъ, какъ построить не только механику, но и всю физику, исходя изъ принципа относитель-

ности и изъ принципа наименьшаго дѣйствія (см. учебники механики), который онъ безъ измѣненія переноситъ въ новую механику, придавая ему значеніе мірового принципа.

IX. Энергія. Пусть m_0 масса матеріальнаго тѣла, находящагося въ состояніи относительнаго покоя. Формулы (39) показываютъ, что при движеніи масса дѣлается равною

$$m = \frac{m_0}{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (40,a)$$

Она получаетъ приращеніе

$$\mu = m - m_0 = m_0 \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40,\text{a})$$

Положимъ, что на массу m дѣйствуетъ сила f въ теченіе времени dt; тогда его кинетическая энергія η получаетъ, приращеніе $d\eta = fvdt$; но $fdt = d(mv) = mdv + vdm$, а слѣд. $d\eta = mvdv + v^2dm$, или, см. (40),

$$d\eta = m_0 \left\{\frac{vdv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + v^2 d\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right\}$$

Отсюда, интегрируя, получаемъ

$$\eta = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (41)$$

Приближенно имѣемъ

$$\eta = \frac{1}{2} m_0 v^2 \left\{1 + \frac{3}{4}\frac{v^2}{c^2} + \ldots\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (41,a)$$

Мы видимъ, что обычное выраженіе кинетической энергіи представляетъ лишь первое приближеніе, что при большихъ v она гораздо больше $\frac{1}{2} m_0 v^2$ и при $v = c$ дѣлается безконечно большою. Но самый поразительный результатъ даетъ сравненіе (40,a) и (41)

$$\mu = \frac{\eta}{c^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (42)$$

Кинетическая энергія η обладаетъ инертною массою $\mu = \eta : c^2$! Wien выводитъ формулу (42), разсматривая лучистую энергію η, испускаемую въ пустотѣ тѣломъ въ единицу времени. Она производитъ на тѣло давленіе $\eta : c$, которое вызываетъ его абсолютное движеніе, что невозможно. Но если допустить

что энергія η обладаетъ массою μ, то мы получаемъ простой случай отдачи (выстрѣлъ), причемъ центръ инерціи остается неподвижнымъ. Равенство импульсовъ даетъ $\eta : c = \mu c$, откуда и получается (42).

Такъ какъ всѣ формы энергіи превращаются другъ въ друга, то мы вправѣ обобщить этотъ результатъ, и сказать, что всякая форма энергіи η обладаетъ нѣкоторой массой μ, опредѣляемой формулой (42). Здѣсь μ представляетъ инертную массу энергіи. Вопросъ о томъ, обладаетъ ли энергія и вѣсомой массой, оставляемъ пока открытымъ. Изъ выше изложеннаго вытекаетъ рядъ поразительныхъ слѣдствій.

1. Когда тѣло пріобрѣтаетъ, или отдаетъ энергію, то его масса мѣняется. Когда 2 гр. водорода и 16 гр. кислорода соединяются, то выдѣляются $2{,}87 . 10^{12}$ эрговъ тепла, а слѣд. получается не 18 гр. воды, но меньше на $3{,}2 . 10^{-6}$ мгр. Законъ постоянства массъ при химическихъ реакціяхъ оказывается неточнымъ.

2. Масса тѣла зависитъ отъ его температуры. Внутри всякаго тѣла имѣется запасъ лучистой энергіи, которая обладаетъ нѣкоторой массой и которая зависитъ отъ температуры. Planck показалъ, что когда газъ находится подъ давленіемъ 0,001 мм. и при температурѣ плавленія платины (1790^0 С.), то 0,25 притекающей теплоты идетъ на увеличеніе запаса лучистой энергіи, находящейся внутри газа.

3. Если всякая энергія η обладаетъ массой $\mu = \eta : c^2$, то естественно заключить, что энергія и масса другъ другу эквивалентны, и что слѣд. всякая покоющаяся масса m_0 тождественна съ колоссальнымъ запасомъ энергіи

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Эта энергія почти вся остается въ тѣлѣ при температурѣ абсолютнаго нуля ($T = 0$). Вся ощутимая энергія, которою тѣло еще обладаетъ при иныхъ, произвольныхъ физическихъ условіяхъ и при наиболѣе быстрыхъ осуществимыхъ движеніяхъ, ничтожно мала сравнительно съ энергіей, которая остается въ немъ при $T = 0$ и которую. Planck назвалъ скрытою (latent) энергіей. Онъ полагаетъ, что теплота, которая выдѣляется при распадѣ атомовъ радіоактивныхъ тѣлъ и есть эта скрытая энергія. Онъ

находитъ, что масса одного гр.-атома радія уменьшается въ теченіе года на 0,012 мгр., которые превращаются въ энергію.

4. Когда покоющаяся масса m_0 пріобрѣтаетъ скорость v, то ея масса дѣлается равною $m = m_0 : \beta$, см. (40), а слѣд. весь запасъ энергіи E равнымъ

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \ldots \right\} \quad (44)$$

или

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \ldots \quad (45)$$

Эта поразительная формула показываетъ, что величина $\frac{1}{2} m_0 v^2$, обычно называемая кинетической энергіей движущагося тѣла, составляетъ лишь ничтожно малое измѣненіе энергіи, соотвѣтствующее переходу отъ системы S', въ которой тѣло покоится, къ системѣ S, относительно которой S' движется. Въ другихъ, выше разсмотрѣнныхъ случаяхъ, соотвѣтствующее измѣненіе величинъ не поддается измѣренію; но для нашихъ органовъ чувствъ огромная величина $m_0 c^2$ неощутима и мы практически имѣемъ дѣло только съ ея ничтожнымъ измѣненіемъ $\frac{1}{2} m_0 v^2$.

X. Давленіе, температура, энтропія, тяготѣніе. Planck и Einstein показали, что при переходѣ отъ системы S къ системѣ S' получаются для давленія p, абсолютной температуры T и энтропіи Σ тѣла, покоющагося въ S, формулы:

$$p' = p \quad (46)$$

$$T' = T\beta = T\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (47)$$

$$\Sigma' = \Sigma \quad (48)$$

Давленіе и энтропія не мѣняются при переходѣ отъ S къ S'. Температура тѣла въ системѣ, относительно которой оно движется, ниже, чѣмъ въ системѣ, относительно которой она покоится.

Einstein (1907) расширилъ принципъ относительности, изслѣдовавъ случай, когда одна система обладаетъ равнопеременнымъ движеніемъ относительно другой, и, въ тѣсной съ этимъ связи, вопросъ о силовомъ полѣ тяготѣнія и о влія-

ніи такого поля на электромагнитныя явленія. Въ основу выводовъ онъ при этомъ положилъ тотъ фактъ, что въ равномѣрномъ полѣ силы тяготѣнія всѣ тѣла падаютъ съ одинаковымъ ускореніемъ. Мы должны ограничиться указаніемъ двухъ результатовъ.

1. Энергія E обладаетъ не только инертною, но и вѣсомою массою $\mu = E : c^2$.

2. Лучъ свѣта претерпѣваетъ въ силовомъ полѣ тяжести отклоненія. Величина отклоненія пропорціональна $\sin\varphi$, гдѣ φ уголъ между направленіями луча и силы тяготѣнія. Въ новой работѣ Einstein (1911) даетъ формулу

$$a = \frac{2kM}{c^2 R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Здѣсь a отклоненіе луча, проходящаго мимо шаровидной массы M (небеснаго свѣтила), k постоянная силы тяготѣнія (т. I), R разстояніе луча отъ центра шара. Для луча, проходящаго мимо поверхности солнца, получается $a = 0{,}83''$, т.-е. величина измѣримая, если наблюдать положеніе звѣзды около края солнца при солнечномъ затмѣніи.

§ 6. Ученіе Минковскаго. Въ 1909 г. появилась статья Минковскаго (Minkowski), скончавшагося въ томъ же году. Эта статья дала теоріи относительности совершенно новыя, хотя и чисто математическія, формальныя основы. Въ короткое время была, на этихъ основахъ, построена обширная, сложная наука, подробное изложеніе которой можно найти въ книгѣ Laue. Здѣсь мы должны ограничиться немногими намеками.

Въ началѣ статьи Минковскаго стоятъ классическія слова: „Von Stund an sollen Raum und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren“, т.-е. «Отнынѣ пространство и время, разсматриваемыя отдѣльно и независимо, обращаются въ тѣни и только ихъ соединеніе сохраняетъ самостоятельность» (переводъ проф. А. В. Васильева).

Минковскій соединяетъ пространство и время въ одно нераздѣльное цѣлое, которое онъ называетъ міромъ; этотъ міръ представляется четырехмѣрнымъ пространствомъ, въ которомъ время играетъ роль четвертаго измѣренія. „Міровая точка“ имѣетъ четыре координаты: x, y, z и,

допустимъ сперва, $u = ct$. Исторія точки изображается „міровою кривою“, представляющею обобщеніе кривой, о которой мы говорили въ § 1 когда мы къ двумъ измѣреніямъ x и y прибавили третье, а именно t. Но несравненно болѣе изящное построеніе получается, если за четвертую координату принять не ct, но ict, гдѣ $i = \sqrt{-1}$. Принявъ обозначенія x_1, x_2, x_3 вмѣсто x, y, z, и $x_4 = ict$, мы имѣемъ міровыя координаты x_1, x_2, x_3, x_4, путемъ введенія которыхъ получается удивительная симметричность въ формулахъ. Такъ напр. основная формула (19) принимаетъ видъ

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = x'_1{}^2 + x'_2{}^2 + x'_3{}^2 + x'_4{}^2 \quad . \qquad (50)$$

Уравненія электромагнитнаго поля принимаютъ также форму, вполнѣ симметричную относительно этихъ четырехъ координатъ.

Мы видѣли въ § 1, что преобразованія (3, b) Ньютона приводятъ въ частномъ случаѣ двухмѣрныхъ системъ къ вращенію оси временъ t на уголъ a, для котораго $tg\, a = v$, см. (4). Для трехмѣрныхъ системъ S и S' преобразованія Lorentz'а (25) сводятся, аналогично, къ вращенію оси временъ $x_4 = ict$ на мнимый уголъ a, для котораго

$$\operatorname{tg} a = i \frac{v}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (51)$$

Отсюда легко получаются, напр., формулы Einstein'а для сложенія скоростей. Предположимъ, что S' движется относительно S со скоростью v, а въ S' движется точка M' со скоростью v по направленію Ox, т.-е. v. Въ такомъ случаѣ (51) даетъ для скорости u точки M' относительно S

$$u = \frac{c}{i} \operatorname{tg}(a + a') = -ic \operatorname{tg}(a + a')$$

гдѣ $\operatorname{tg} a = iv : c$, $\operatorname{tg} a' = iv' : c$. Отсюда

$$u = -ic \operatorname{tg}(a + a') = -ic \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} a'}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} a'} = \frac{v + v'}{1 + \frac{v v'}{c^2}} .$$

Это и есть формула (30) Einstein'а. При сложеніи произвольнаго числа одинаково направленныхъ скоростей, мы получаемъ скорость

$$u = -ic \operatorname{tg} \Sigma a_n,$$

гдѣ Σa_n можетъ возрастать до $i.\infty$. Но величина

$$\operatorname{tg} x = -i \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{e^{ix} + e^{-ix}}$$

имѣетъ своимъ предѣломъ (при $x = i.\infty$) величину i, а потому скорость u имѣетъ своимъ предѣломъ c.

Въ настоящее время развился векторіальный анализъ четырехмѣрнаго пространства. Въ этомъ пространствѣ имѣются 4 взаимно перпендикулярныя координатныя оси и 6 взаимно перпендикулярныхъ координатныхъ плоскостей. Векторъ можетъ имѣть 4 или 6 слагаемыхъ.

Этими намеками мы должны ограничиться.

§ 7. Вопросъ о часахъ. Заключеніе. Читатель, сколько нибудь знакомый съ литературой, относящейся къ принципу относительности, вѣроятно не безъ удивленія замѣтилъ, что на предыдущихъ страницахъ совершенно не говорится о часахъ, расположенныхъ въ системахъ S и S', о томъ, какъ они идутъ, какое время, при заданныхъ условіяхъ, на нихъ отсчитываетъ тотъ или другой наблюдатель и т. д. Между тѣмъ Einstein уже въ первой, основной своей работѣ (1905 г.) пользуется часами для разъясненія и для иллюстраціи своихъ положеній и выводовъ. Затѣмъ часы играютъ огромную роль во многихъ статьяхъ и, въ особенности, во всѣхъ безъ исключенія, весьма многочисленныхъ популярныхъ изложеніяхъ новаго принципа. Cohn (1911) даже построилъ весьма остроумный приборъ съ двумя часами, какъ бы принадлежащими двумъ системамъ S и S'; этотъ приборъ долженъ служить для нагляднаго выясненія тѣхъ парадоксальныхъ соотношеній, которыя существуютъ между длинами и временами въ системахъ S и S', а также того факта, что для скорости свѣта получается, при всѣхъ условіяхъ, одна и та же величина.

Авторъ учебника, конечно, обязанъ объективно излагать содержаніе науки въ данный моментъ, и являться добросовѣстнымъ передатчикомъ мнѣній различныхъ ученыхъ. Личные взгляды автора должны отступать на послѣдній планъ. Въ предыдущихъ томахъ и главахъ этого тома я старался выполнить это условіе. Но всему есть предѣлъ.

Я, пока, убѣжденъ, что введеніе часовъ при изложеніи принципа относительности никакой пользы принести не можетъ, ничего не разъясняетъ, но способно вызвать недоумѣнія и недора-

зумѣнія, такъ какъ понятіе о часахъ является элементомъ, чуждымъ сущности дѣла. Часы—это физическій инструментъ; часы бываютъ пружинные и съ маятникомъ, но часами могутъ служить и всякія тѣла, равномѣрно повторяющія какое-либо движеніе, напр. зубчатое колесо, насаженное на равномѣрно вращающуюся ось, или электронъ, колебанія котораго вызываютъ электромагнитные лучи опредѣленной длины волны. Но говорить о томъ, какъ будетъ себя вести этотъ физическій инструментъ при тѣхъ условіяхъ, съ которыми имѣетъ дѣло теорія относительности, по моему мнѣнію, совершенно невозможно. Вліяніе на нихъ относительной скорости не поддается апріорному опредѣленію. Необходимъ предварительный критическій разборъ вопроса часахъ, но я не вижу, чтобы таковой былъ произведенъ. Сравнивая относящіяся сюда разсужденія различныхъ ученыхъ, приходится встрѣчаться съ самыми очевидными противорѣчіями.

Сущность дѣла можно изложить и не прибѣгая къ иллюстраціямъ при помощи часовъ, и я старался это сдѣлать на предыдущихъ страницахъ.

Заключеніе. Картина современнаго (1912) положенія теоріи относительности была бы неполною, если бы мы не указали, въ заключеніе, на разногласіе, существующее между учеными по вопросу о значеніи, которое эта теорія имѣетъ и о физической реальности ея выводовъ. Многіе ученые считаютъ ее окончательно установленной, не вызывающей никакихъ сомнѣній и навсегда включенной въ сокровищницу науки. Но не малое число ученыхъ относятся къ ней скептически и даже безусловно отрицательно, считая ее смѣшною шуткою (ein drolliger Witz). Строго говоря, всѣ ученые, не отрицающіе существованія эфира, не могутъ полностью стоять на почвѣ вышеизложенной теоріи относительности.

Отъ будущаго слѣдуетъ ожидать рѣшенія спорныхъ вопросовъ и выясненія истиннаго, физическаго значенія принципа относительности.

О. Д. Хвольсонъ.

ЛИТЕРАТУРА.

Къ § 1.

Frank. Wien. Ber. 118 p. 373, 1909.

Къ § 2.

Hertz. W. A. 41 p. 369, 1890; Ges. Werke 2 p. 256, 1894.

Lorentz. Arch. Néerl. 25 p. 363, 1892; Versuch einer Theorie и т. д., Leiden, 1895; Enzyklop. d. mathem. Wiss. V, 2 Nr. 14, 1903.

Fresnel. Annal. chim. et phys. (2) 9 p. 56, 1818; Oeuvres 2 p. 627.

Fizeau. C. R. 33 p. 349, 1851; Annal. chim. et phys. (3) 57 p. 385, 1859; Pogg. Ann. Ergbd. 3 p. 457, 1853.

Michelson a. Morley. Amer. J. of. Sc. 31 p. 377, 1886.

Einstein. Annal. d. Phys (4) 17 p. 891, 1905; 18 p. 639, 1905; 23 p. 371, 1907.

Airy. Proc. R. Soc. 20 p. 35, 1871; 21 p. 121, 1873; Phil. Mag. (4) 43 p. 310, 1872.

Къ § 3.

Laub. Jahrb. d. Radioakt. 7 p. 405, 1910.

Бурсіанъ. «Новыя идеи въ физикѣ», подъ редакціей И. И. *Боргмана*, 3 p. 1—36, 1912.

Fizeau. Pogg. Ann. 114 p. 554, 1861.

Ketteler. Pogg. Ann. 144, 1872.

Mascart. Ann. école normale 1872 p. 210, 1874.

Klinkerfues. Götting. Nachr. 8 p. 226. 1870.

Haga. Phys. Ztschr. 3 p. 191, 1902; Arch. Néerl. (2) 6 p. 765, 1902.

Rayleigh. Phil. Mag. (6) 4 p. 215, 1902.

Brace. Phil. Mag. (6) 10 p. 591, 1905.

Strasser. Annal. d. Phys. (4) 24 p. 137, 1907.

Smyth. Edinb. Proc. 24 p. 225, 1902.

Röntgen. W. A. 35 p. 268, 1888.

Des Coudres. W. A. 38 p. 71, 1889.

Trouton. Dubl. Trans. (2) 7 p. 379, 1902.

Koenigsberger. Ber. d. naturf. Ges. Freiburg i. B. 13 p. 95, 1905.

Michelson. Amer. J. of Sc. 21 p. 120, 1881; Phil. Mag. (6) 8 p. 716, 1904.

Michelson a. Morley. Amer. J. of. Sc. 34 p. 333, 1887.

Morley a. Miller. Phil. Mag. (6) 8 p. 753, 1904; 9 p. 680, 1905.

Sutherland. Nature 63 p. 205, 1900.

Lodge. Phil. Mag (5) 46 p. 343, 1898.

Lüroth. Ber. Bayer. Akad. d. Wiss. 7, 1909.

Kohl. Annal. d. Phys. (4) 28 p. 259, 662, 1909.

Laue. Annal. d. Phys. (4) 33 p. 156, 1910.

Rayleigh. Phil. Mag. (6) 4 p. 678, 1902.

Brace. Phil. Mag. (6) 7 p. 317, 1904; 10 p. 71, 1905; Boltzmann Festschr. p. 576, 1904.

Trouton a. Noble. Proc. R. Soc. 72 p. 132, 1903.

Trouton a. Rankine. Proc. R. Soc. 8 p. 420, 1908.

Fitzgerald. Trans. R. Soc. Dublin (2) 1 p. 319, 1883; см *Lodge.* Trans. R. Soc. London, 184 p. 727, 1893.

Lorentz. Zittingsversl. Acad. v. Wet. 1 p. 74, 1892; Versuch einer Theorie и т. д., 2-ое изд., Leipzig, 1906.

Къ §§ 4, 5 и 6.

Einstein. Annal. d. Phys. (4) 17 p. 891, 1905; 18 p. 639, 1905; 20 p. 627, 1906; 23 pp. 197, 206, 371, 1907; 26 p. 532, 1908; 35 p. 898, 1911; 38 pp. 355, 443, 1059, 1912; Jahrb. der Radioakt. 4 p. 411, 1907; Phys. Zeitschr. 10 p. 819, 1909; 12 p. 509, 1911.

Minkowski. Gött. Nachr. 1908 p. 53; Phys. Zeitschr. 1909 p. 104, отдѣльное изданіе Teubner 1909. русскій переводъ проф. А. В. Васильева, Казань 1911; Mathem. Annalen 68 p. 472, 1910.

Minkowski u. Born. Mathem. Annalen. 68 p. 526, 1910; Fortschr. d. mathem. Wiss. in Monograph. Nr. 1, 1910.

Planck. Acht Vorlesungen über theoret. Phys., Leipzig, 1910 p. 110; русскій пер. проф. Занчевскаго, Спб. 1911; Annal. d. Phys. (4) 26 p. 1, 1908; Phys. Zeitschr. 11 p. 294, 1910; Berl. Ber. 1907 p. 542.

Laue. Die Wissenschaft Nr. 38 Braunschweig, 1911; Annal. d. Phys. (4) 33 p. 186, 1910; 35 p. 524, 1911; 38 p. 370, 1912; Phys. Zeitschr. 12 p. 85, 1008, 1911; 13 p. 118, 501, 1912, Verh. d. d. phys. Ges. 1911 p. 513.

Born. Annal. d. Phys. (4) 28 p. 571, 1909; 30 p. 1, 1909; Phys. Zeitschr. 10 p. 814, 1909; 12 p. 569, 1911; Verh. d. d. phys. Ges 1910 p. 457, 730; Götting. Nachr. 1910 p. 161.

Ehrenfest. Phys. Zeitschr. 10 p. 918, 1909; 11 p. 1127, 1910; 12 p. 412, 1911; 13 p. 317, 1912; Annal d. Phys. (4) 23 p. 204, 1907.

Frank. Annal. d. Phys. (4) 27 p. 897, 1908; 35 p. 599, 1911; 39 p. 693, 1912; Wien. Ber. 118 p. 373, 1909; Phys. Zeitschr. 12 p. 1112, 1114, 1911; Phys. Chem. 74 p. 466, 1910.

Frank u. Rothe. Wien. Ber. 119 p. 631, 1910; Annal. d. Phys. (4) 34 p. 825, 1911; Phys. Ztschr. 13 p. 750, 1912.

Abraham. Phys. Zeitschr. 10 p. 737, 1909; 11 p. 527, 1910; 12 pp. 1, 4, 310, 311, 1911; 13 p. 793, 1912; Rendic. Circolo Matem. di Palermo 30, II, 29 Янв. 1910; Annal. d. Phys. (4) 38 p. 1056, 1912; 39 p. 444, 1912.

v. Ignatowski. Annal. d. Phys. (4) 33 p. 607, 1910; 34 p. 373, 1911; Verh. d. d. phys. Ges. 1910 p. 788; Phys. Ztschr. 11 p. 972, 1910; 12 p. 164, 414, 441, 606, 776, 779, 1911; Archiv für Math. u. Phys. (3) 17, 1911.

Sommerfeld. Phys. Ztschr. 8 p. 841, 1907; Annal. der Phys. (4) 32 p. 749, 1910; 33 p. 649, 1910.

Bucherer. Phys. Ztschr. 7 p. 553, 1906; 79 p. 755, 1908; Annal. der Phys (4) 28 p. 513, 1909; 29 p. 1063, 1909; 30 p. 974, 1909; Verh. d. d. phys. Ges. 1908 p. 688.

Herglotz. Phys. Ztschr. 10 p. 997, 1909; Annal d. Phys. (4) 31 p. 393, 1910; 36 p. 493, 1911.

Bestelmeyer. Annal. d. Phys. (4) 30 p. 166, 1909; 32 p. 231, 1910.

Wiechert. Phys. Ztschr. 12 pp. 689, 737, 1911.

Gehrcke. Verh. d. d. phys. Ges. 1911 p. 665, 990; 1912 p. 294.

Stead a. Donaldson. Phil. Mag. (6) 20 p. 92, 1910; 21 p. 319, 1911.

Wilson. Phil. Mag. (6) 19 p. 809, 1910.

Lewis a. Tolman. Phil. Mag. (6) 18 p. 510, 1909.

Comstock. Phil. Mag. (6) 15 p. 1, 1908.

Campbell. Phil. Mag. (6) 21 p. 502, 626, 1911; Phys. Ztschr. 13 p. 120. 1912.

Tolman. Phys. Rev. 31 p. 26, 1910; Phil. Mag. (6) 21 p. 458, 1911; 23 p. 375, 1912; 35 p. 136, 1912.

Stewart. Phys. Rev. 32 p. 418, 1911.

Cunningham. Proc. Math. Soc. (2) 8 p. 77, 1910: 10 p. 116, 1911.

Huntington. Phil. Mag. (6) 23 p. 494, 1912.

Magie. Phys. Rev. 34 p. 125, 1912.
La Rose. N. Cim. (6) 3, Май 1912.
Lemeray. Congrès Rad. 1911 p. 246, C. R. 152 p. 1465, 1911.
H. A. Lorentz. Congrès Rad. 1911 p. 264.
Ishiwara. Proc. Math.-Phys. Soc. Tokio (2) 6 p. 164, 1911; Jahrb. d. Radioakt. 9 p. 560, 1912.
Кордышъ. Изв. Кіевск. Пол. Инт. 1911.
Умовъ. Phys. Zeitschr. 11 p. 905, 1910.
Шапошниковъ. Ж. Ф.-Х. О. 44 p. 102, 261 1912; Phys. Ztschr. 13 p. 212, 403, 1912; Annal. d. Phys. (4) 38 p. 239, 1912.
Varicak. Phys. Ztschr. 11 p. 287, 586, 1910; 12 p. 169, 1911.
Levi-Civita. Annal. d. Phys. (4) 32 p. 236, 1910.
Westphal. Verh. d. phys. Ges. 1911 p. 590, 607, 974.
Wassmuth. Wien. Ber. 120 p. 543, 1911.
Laub. Jahrb. d. Radioakt. 7 p. 405, 1910; Phys. Rev. 34 p. 268, 1912.
Грузинцевъ. Сообщ. Харьк. Матем. Общ. (2) 12 № 6, 1911. Rend. del Circ. mat. di Palermo. 33, 1912, I.
Heffter. Vierdimensionale Welt, Freiburg. i. B., 1912.
Carlebach. Trägheitssatz u. Relativität, Berlin 1912.